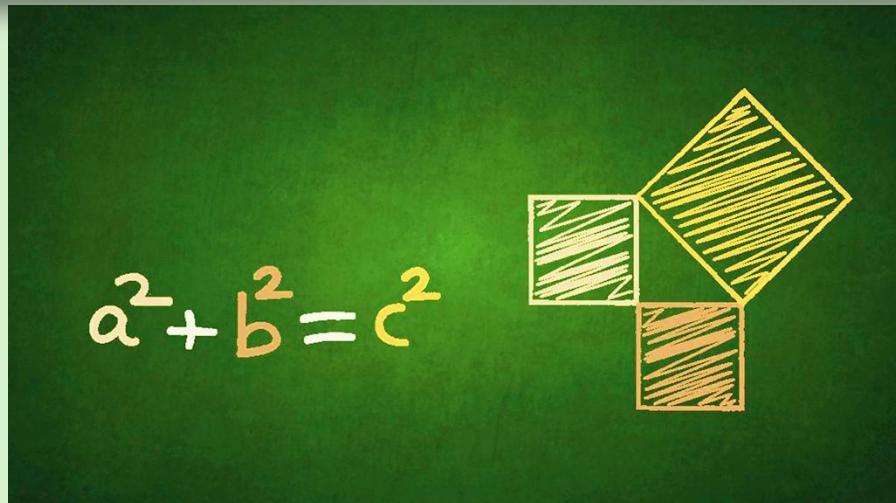


## GM- AÎRES ET PÉRIMÈTRES, THÉORÈMES ET TRIGO



### Apprentissages visés

- Comparaison, classement et mesure de grandeurs par manipulation de lignes, angles, surfaces, en utilisant des unités conventionnelles et non conventionnelles.
- Mesure des dimensions adéquates et calcul : de la longueur d'un arc de cercle et de l'aire d'un secteur circulaire ; du périmètre et de l'aire d'une surface par décomposition en figures simples
- Calcul d'une grandeur manquante à partir de celles qui sont connues (hauteur d'un triangle à partir de sa base et de son aire, ...)
- Utilisation du théorème de Pythagore
- Utilisation de la proportionnalité des figures semblables et du théorème de Thalès
- Utilisation de la trigonométrie dans le triangle rectangle

## JE M'ENTRAÎNE

## Exercice 1.1

Complète le tableau ci-dessous.

Rayon du cercle	Angle au centre	Longueur de l'arc	Aire du secteur
5 cm	150°	13,09 cm	32,72 cm <sup>2</sup>
76,39 cm	30°	40 cm	1527,71 cm <sup>2</sup>
6 cm	115°	12,04 cm	36,2 cm <sup>2</sup>
2,4 m	134°	5,62 m	6,73 m <sup>2</sup>
52,44 cm	25°	22,88 cm	600 cm <sup>2</sup>

a) Pour le losange, si l'aire vaut 100 cm<sup>2</sup> et la petite diagonale 4 cm, que vaut

$$\text{la grande diagonale ? Aire} = \frac{D \cdot d}{2} \quad D = \frac{2 \cdot \text{Aire}}{d} = \frac{200}{4} = 50 \text{ cm}$$

b) Pour le triangle, si l'aire vaut 25 cm<sup>2</sup> et la base vaut 5 cm, que vaut la

$$\text{hauteur correspondante ? Aire} = \frac{\text{Base} \cdot h}{2} \quad h = \frac{2 \cdot \text{Aire}}{\text{Base}} = \frac{50}{5} = 10 \text{ cm}$$

c) Pour le trapèze, si l'aire vaut 50 cm<sup>2</sup>, la petite base 10 cm et la hauteur 4

$$\text{cm, que vaut la grande base ? Aire} = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

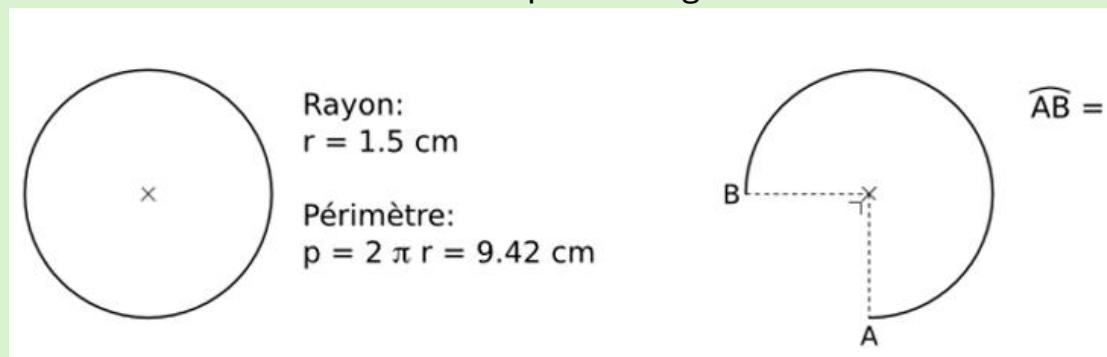
$$B = \frac{2 \cdot \text{Aire}}{h} - b = 25 - 10 = 15 \text{ cm}$$

d) Pour le rectangle, si le périmètre vaut 32 cm et la largeur 4 cm, que vaut la

$$\text{longueur ? P} = 2L + 2l \quad L = \frac{P - 2l}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ cm}$$

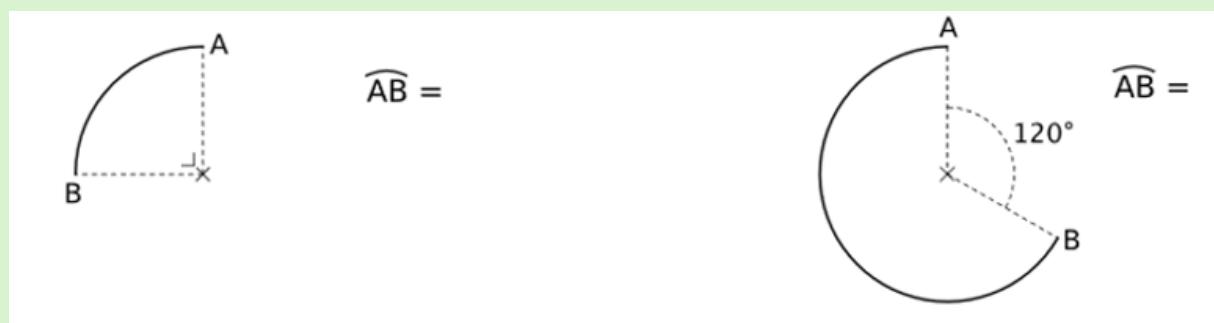
## Exercice 1.2

**Calcule la longueur des arcs de cercle ci-dessous.** Le rayon de chaque arc est de 1,5 cm. Les centres des arcs sont indiqués par des petites croix. Indique les résultats en cm avec 2 chiffres après la virgule.



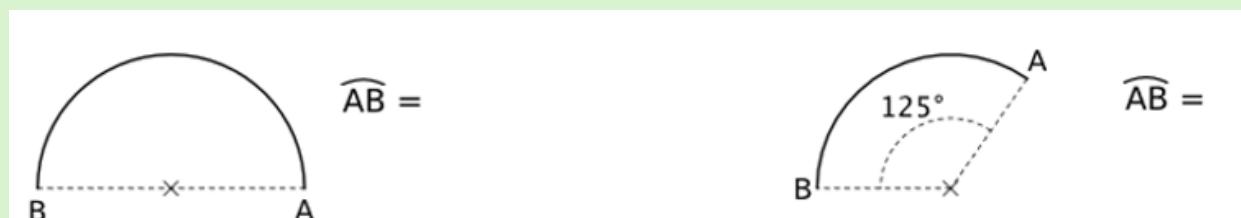
$$\widehat{AB} = 2\pi r \cdot \frac{270}{360} =$$

$$2\pi \cdot 1,5 \cdot \frac{3}{4} = 7,07 \text{ cm}$$



$$\widehat{AB} = 2\pi \cdot 1,5 \cdot \frac{90}{360} = 2,36 \text{ cm}$$

$$\widehat{AB} = 2\pi \cdot 1,5 \cdot \frac{240}{360} = 6,28 \text{ cm}$$

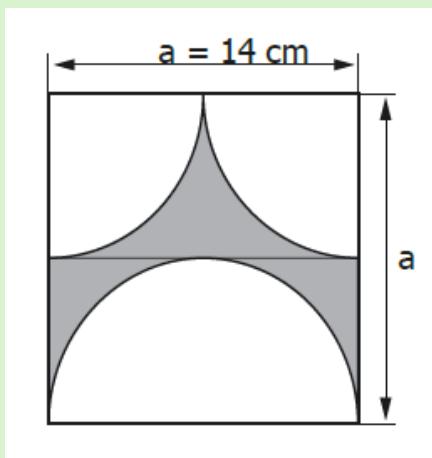


$$\widehat{AB} = 2\pi \cdot 1,5 \cdot \frac{180}{360} = 4,71 \text{ cm}$$

$$\widehat{AB} = 2\pi \cdot 1,5 \cdot \frac{125}{360} = 3,27 \text{ cm}$$

## Exercice 1.3

Calculer l'aire ombrée.

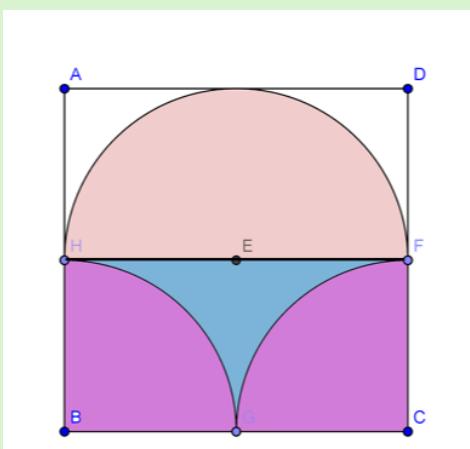


Aire du carré – Aire du cercle :

$$14^2 - \pi \cdot 7^2 = 42,06 \text{ cm}^2$$

## Exercice 1.4

Si  $AD = 2 \text{ cm}$ , détermine l'aire de la partie colorée.



$$\text{Aire d'un quart de cercle (violet)} = \frac{\pi r^2}{4} = 0,785$$

$$\text{Aire de la partie bleue} = \text{Aire de la moitié du carré} - \text{Aire de deux quarts de cercles} = 2 \cdot 1 - 2 \cdot 0,785 = 0,430$$

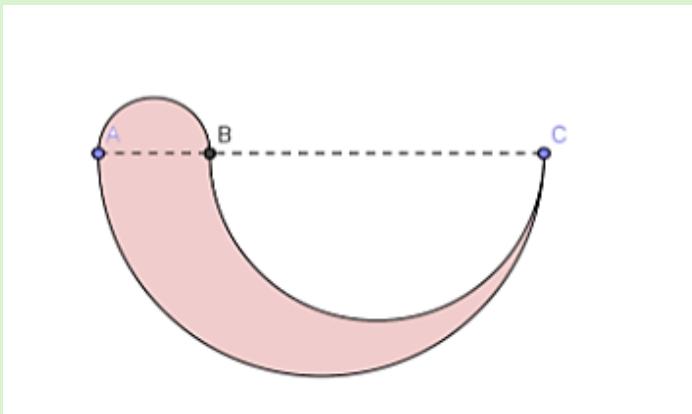
$$\text{Aire du demi-cercle (rose)} = \frac{\pi r^2}{2} = 1,570$$

$$\text{Aire de la surface colorée} = 0,430 + 1,570 = 2 \text{ cm}^2$$

Ou mieux, coupez la surface bleue symétriquement en deux parties égales et remplissez avec ces deux parties les deux coins en blancs en haut : le demi-cercle rose et ces coins forment un rectangle de  $2 \cdot 1 = 2 \text{ cm}^2$

## Exercice 1.5

Si  $AB=4 \text{ cm}$ ;  $AC=12 \text{ cm}$ . Chercher l'aire de la surface colorée.



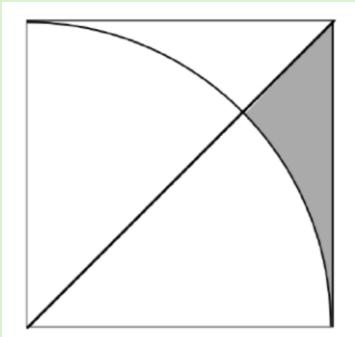
Au-dessus de la ligne : un petit demi-cercle d'aire  $\frac{\pi \cdot 2^2}{2}$

En dessous de la ligne : deux demi-cercles d'aire  $\frac{\pi \cdot 6^2}{2}$  et  $\frac{\pi \cdot 4^2}{2}$

$$\text{Donc aire colorée} = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} + \frac{\pi \cdot 6^2}{2} - \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 12\pi = 37,7 \text{ cm}^2$$

## Exercice 1.6

Calcule l'aire grisée dessinée dans ce carré de côté 4 cm.

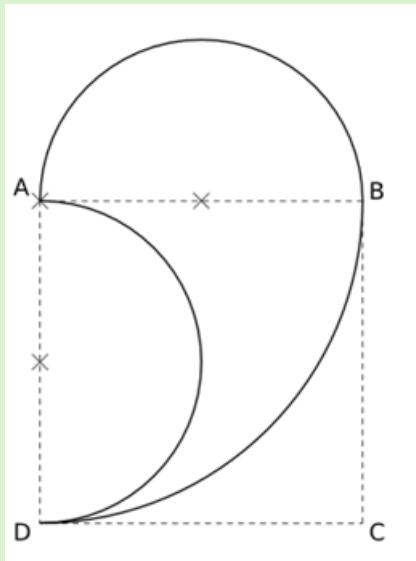


$$(\text{Aire du carré} - \text{Aire } \frac{1}{4} \text{ cercle}) \cdot \frac{1}{2} =$$

$$(4^2 - \frac{1}{4}\pi \cdot 4^2) \cdot \frac{1}{2} = 1,72 \text{ cm}^2$$

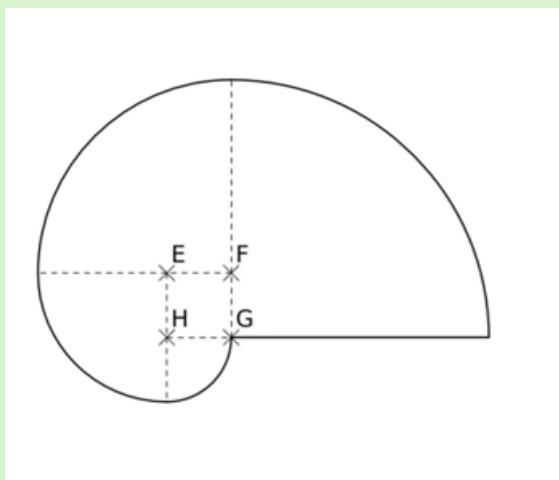
**Exercice 1.7**

**Calcule le périmètre de chaque figure ci-dessous** en sachant que ABCD est un carré de 5 cm de côté, EFGH est un carré de 1 cm de côté, OK = 3 cm, KL = 3 cm et MN = 3 cm. Les centres des cercles et des arcs sont tous indiqués par une petite croix.



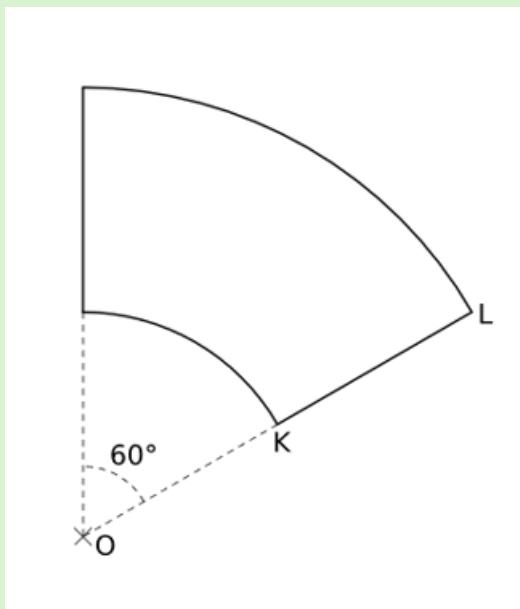
Périmètre du cercle de diamètre AB +  $\frac{1}{4}$  du périmètre du cercle de rayon AB :

$$2\pi \cdot 2,5 + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 5 = 23,56 \text{ cm}$$

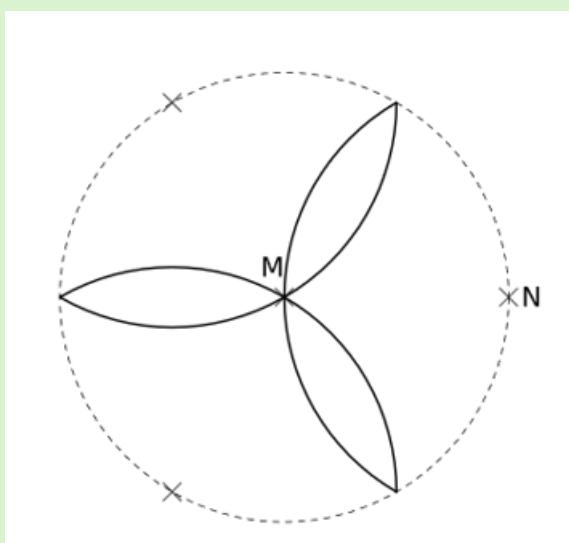


$$P = \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 1 + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 3 + \frac{1}{4} \cdot 2\pi \cdot 4 + 4 =$$

$$15,71 + 4 = 19,71 \text{ cm}$$



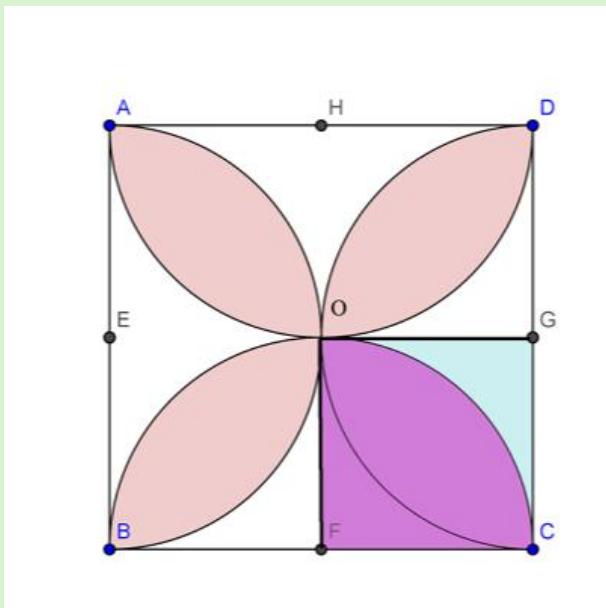
$$P = 2\pi \cdot r \cdot \frac{60}{360} + 2\pi \cdot R \cdot \frac{60}{360} + 6 = 2\pi \cdot 3 \cdot \frac{1}{6} + 2\pi \cdot 6 \cdot \frac{1}{6} + 6 = \\ 3,14 + 6,28 + 6 = 15,42 \text{ cm}$$



$$P = 6 \cdot (2\pi \cdot r \cdot \frac{60}{360}) = 6 \cdot (2\pi \cdot 3 \cdot \frac{1}{6}) = 18,85 \text{ cm}$$

**Exercice 1.8**

Si  $AD = 2 \text{ cm}$ , détermine l'aire de la partie colorée.



$$\text{Aire d'un petit carré} = 1^2 = 1$$

$$\text{Aire d'un quart de cercle (violet)} = \frac{\pi r^2}{4} = 0,785$$

Aire de la surface (bleue) entre petit carré et quart de cercle

$$1 - 0,785 = 0,215$$

Il y a huit telles surfaces à l'extérieur de la surface colorée en rose dans la donnée de l'exercice.

$$\text{Aire demandée} = \text{Aire du grand carré} - 8 \cdot \text{Aire bleue} \approx 22 - 8 \cdot 0,215 = 2,28$$

**Exercice 1.9**

J'entoure une ficelle autour d'une bouteille d'eau. La longueur de la ficelle me permet de faire 10 tours. Le diamètre de la bouteille est de 8 cm. Quelle est la longueur de la ficelle ?

$$\text{Périmètre du cercle} : 2\pi \cdot r = 2\pi \cdot 4 = 8\pi$$

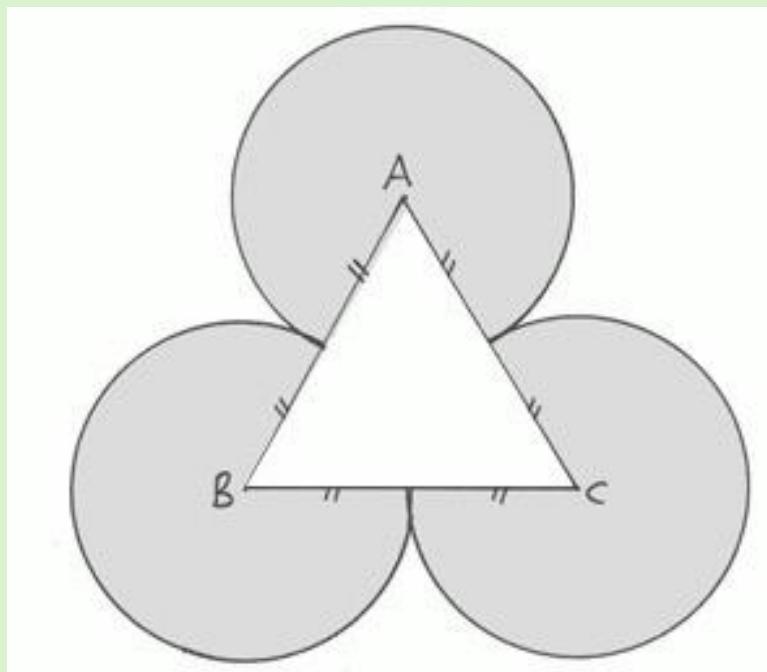
$$10 \text{ tours} : 10 \cdot 8\pi = 251,33 \text{ cm}$$

**Exercice 1.10**

Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle équilatéral de 12 cm de côté et ses sommets sont les centres respectifs des trois disques.

Calcule :

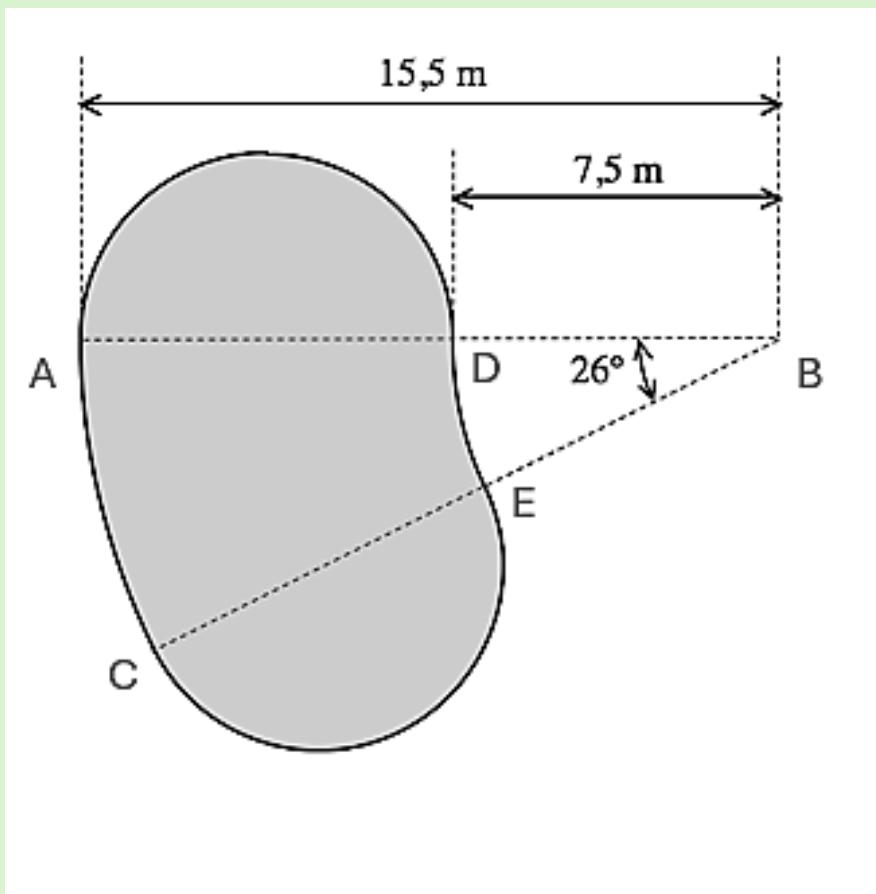
- L'aire grisée
- Le périmètre de la figure grisée



$$\begin{aligned} \text{a) } \pi \cdot r^2 \cdot \frac{a}{360} \cdot 3 &= \\ \pi \cdot 6^2 \cdot \frac{300}{360} \cdot 3 &= 282,74 \text{ cm}^2 \\ \text{b) } 2\pi \cdot r \cdot \frac{a}{360} \cdot 3 + 3 \cdot 12 &= \\ 2\pi \cdot 6 \cdot \frac{300}{360} \cdot 3 + 3 \cdot 12 &= 130,25 \text{ cm} \end{aligned}$$

**Exercice 1.11**

Voici le plan d'une piscine ayant une profondeur uniforme de 1,4 m. Que coûterait une bâche pour la recouvrir, au prix de 12 frs/m<sup>2</sup> ?



Aire du cercle de diamètre AD (= 8 cm) :

$$\pi r^2 = \pi \cdot 4^2 = 50,27 \text{ cm}^2$$

Aire secteur ABC – Aire secteur BDE

$$\pi \cdot 15,5^2 \cdot \frac{26}{360} - \pi \cdot 7,5^2 \cdot \frac{26}{360} = 41,75 \text{ m}^2$$

Aire bâche :

$$50,27 + 41,75 = 92,02 \text{ m}^2$$

$$\text{Prix : } 92,02 \cdot 12 = 1104,24 \text{ frs}$$