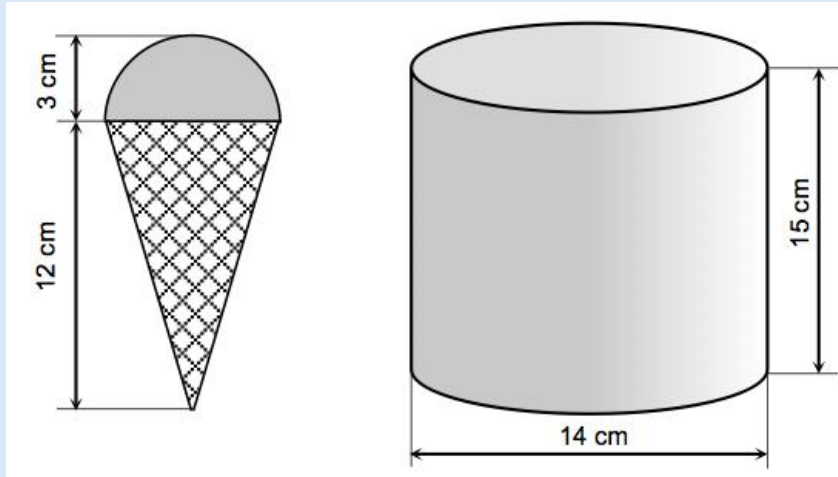


Exercice 1.1

Un cornet de glace est constitué d'un cône qu'on suppose totalement rempli surmonté d'une demi-sphère. Le pot de glace, cylindrique, est plein.

Combien peut-on préparer de cornets ?



$$\text{Volume du cône : } \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 12}{3} = 113,1 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume } \frac{1}{2} \text{ sphère : } \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 56,55 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume du cornet : } \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 12}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 169,65 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume pot de glace : } \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 7^2 \cdot 15 = 2309,07 \text{ cm}^3$$

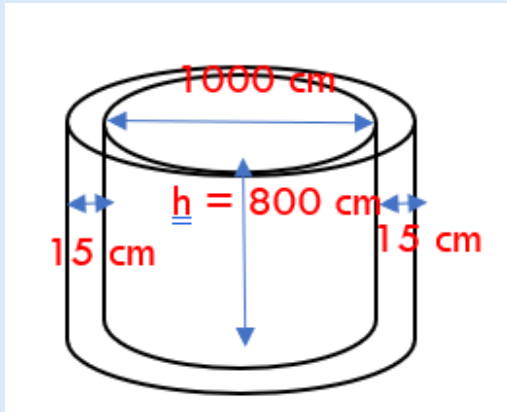
$$\text{Nombre de cornets : } \frac{2309,07}{169,65} = 13,61 \text{ cm}^3$$

Il est possible de préparer 13 cornets

Exercice 1.2

Une raffinerie de pétrole possède des réservoirs cylindriques en acier fermés ; l'épaisseur des parois est de 15 cm, le diamètre intérieur de 10 m et la hauteur intérieure de 8 m.

- Calcule le volume intérieur d'un réservoir en m^3 .
- Calcule le prix de la peinture pour recouvrir l'extérieur (sans tenir compte du fond et du couvercle) de ce cylindre, si le m^2 revient à 48 francs.



a) Volume intérieur : $\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 500^2 \cdot 800 = 628318530,72 \text{ cm}^3$
 $= 628,32 \text{ m}^3$

b) Surface extérieure du réservoir :

Surface rectangle : $2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 515 \cdot 815 = 2637209,95 \text{ cm}^2$
 $= 263,72 \text{ m}^2$

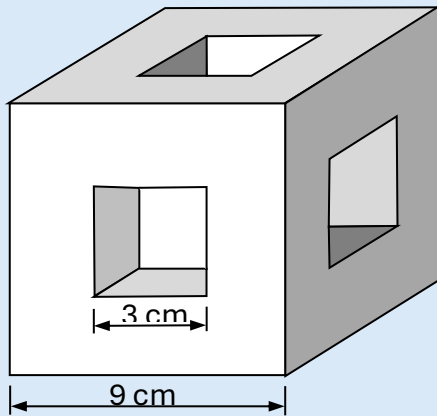
Prix de la peinture :

$263,72 \cdot 48 = 12658,61 \text{ m}^2$

Exercice 1.3

Un cube dont l'arête mesure 9 cm est percé de 3 trous comme le montre le dessin. Ces 3 trous traversent le cube de part en part. Chaque trou a une section carrée de 3 cm de côté et chaque trou se situe au milieu d'une face du cube.

Calcule le volume restant du cube.



$$\text{Volume du cube entier : } 9^3 = 729 \text{ cm}^3$$

$$1^{\text{er}} \text{ trou : } 3 \cdot 3 \cdot 9 = 81 \text{ cm}^3$$

$$2^{\text{ème}} \text{ trou : } 3 \cdot 3 \cdot 6 = 54 \text{ cm}^3$$

$$3^{\text{ème}} \text{ trou : } 3 \cdot 3 \cdot 6 = 54 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume restant : } 729 - 81 - 54 - 54 = 540 \text{ cm}^3$$

Autres raisonnements :

$$3^3 \cdot 8 \cdot 2 + 4 \cdot 3^3 = 540 \text{ cm}^3$$

$$9^3 - 7 \cdot 3^3 = 540 \text{ cm}^3$$

Exercice 1.4

Une pyramide régulière dont la base est un carré de 12 m de côté a une aire latérale de 444 m². Calcule le volume de cette pyramide.

$$\text{aire latérale de la pyramide : } 4 \cdot \frac{12 \cdot h}{2} = 444$$

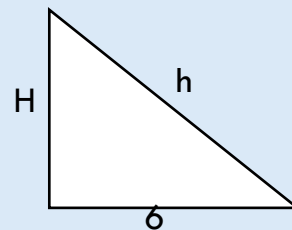
$$h = \frac{444}{2 \cdot 12} = 18,5 \text{ m}$$

$$\text{Volume} = \frac{\text{Base} \cdot H}{3}$$

Par théorème de Pythagore

$$H^2 = 18,5^2 - 6^2 \quad H = 17,5 \text{ m}$$

$$\text{Volume de la pyramide} = \frac{12^2 \cdot 17,5}{3} = 840 \text{ m}^3$$

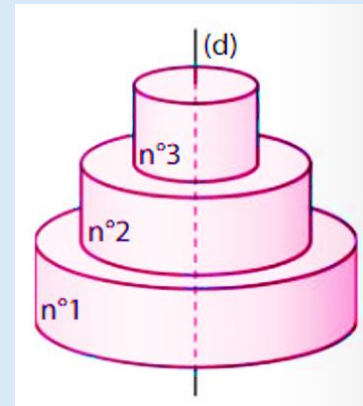


Exercice 1.5

Pour un mariage, un pâtissier doit faire une pièce montée de trois étages (schéma ci-contre). Les gâteaux sont tous centrés sur l'axe d et ont chacun une hauteur de 10 cm. Le rayon du premier gâteau est de 30 cm. Le rayon du deuxième mesure 20 cm. Le dernier a un rayon de 15 cm.

Quel est le volume total du gâteau ?

Le pâtissier doit faire un glaçage sur cette pièce. Pour cela, il a besoin de 0,5 dl de glaçage par dm^2 . Combien de glaçage doit-il préparer ? (Il n'y a pas de glaçage entre les gâteaux ni sous la pièce montée.)



La figure n'est pas à l'échelle

Volume du gâteau :

$$\begin{aligned} \pi \cdot r_1^2 \cdot h + \pi \cdot r_2^2 \cdot h + \pi \cdot r_3^2 \cdot h &= \\ \pi \cdot 30^2 \cdot 10 + \pi \cdot 20^2 \cdot 10 + \pi \cdot 15^2 \cdot 10 &= 47909,29 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Glaçage du gâteau :

Raisonnement 1 :

$$\begin{aligned} 2\pi \cdot r_1 \cdot h + \pi \cdot r_1^2 - \pi \cdot r_2^2 + 2\pi \cdot r_2 \cdot h + \pi \cdot r_2^2 - \pi \cdot r_3^2 + 2\pi \cdot r_3 \cdot h + \pi \cdot r_3^2 &= \\ 2\pi \cdot 30 \cdot 10 + \pi \cdot 30^2 - \pi \cdot 20^2 + 2\pi \cdot 20 \cdot 10 + \pi \cdot 20^2 - \pi \cdot 15^2 + 2\pi \cdot 15 \cdot 10 &+ \\ + \pi \cdot 15^2 &= 6911,5 \text{ cm}^2 = 69,12 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

Raisonnement 2 :

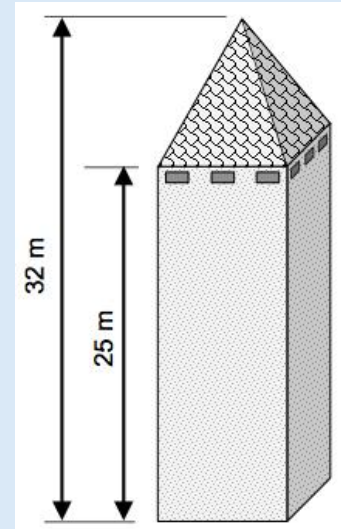
$$2\pi \cdot 30 \cdot 10 + 2\pi \cdot 20 \cdot 10 + 2\pi \cdot 15 \cdot 10 + \pi \cdot 30^2 = 6911,5 \text{ cm}^2 = 69,12 \text{ dm}^2$$

$$69,12 \cdot 0,5 = 34,56 \text{ dl de glaçage}$$

Exercice 1.6

On veut restaurer entièrement cette tour à base carrée de 10 m de côté.

- Calcule le prix de la restauration, sachant que cela coûte 300 frs/m³.
- Calcule le nombre de tuiles que l'on doit commander pour remplacer les anciennes tuiles des quatre pans du toit, sachant qu'il faut compter 43 pièces par m².



prix de la restauration :

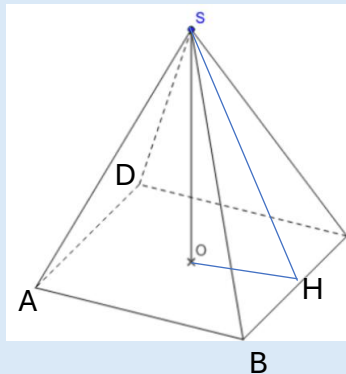
Volume de la tour :

Volume du pavé + Volume pyramide

$$10 \cdot 10 \cdot 25 + \frac{10 \cdot 10 \cdot 7}{3} = 2500 + 233, \overline{3} = 2733, \overline{3} \text{ m}^3$$

$$\text{Prix : } 2733, \overline{3} \cdot 300 = 820'000 \text{ frs}$$

Nombre de tuiles :



Par théorème de Pythagore Δ SOH

$$SH^2 = SO^2 + OH^2$$

$$SH = \sqrt{7^2 + 5^2} = 8,6 \text{ m}$$

$$\text{Aire } \Delta SBC = \frac{10 \cdot 8,6}{2}$$

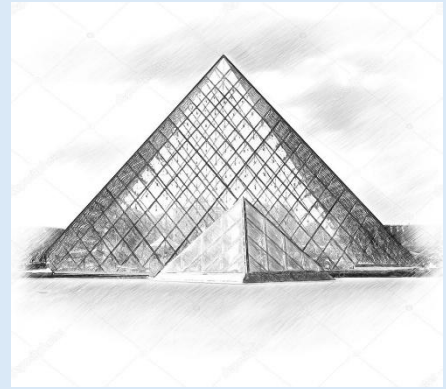
$$\text{Surface totale} = 4 \cdot \frac{10 \cdot 8,6}{2} = 172,05 \text{ m}^2$$

Nombre de tuiles :

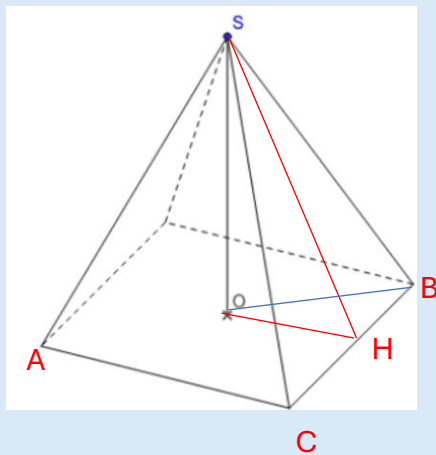
$$172,05 \cdot 43 = 7398 \text{ tuiles}$$

Exercice 1.7

Au centre de la cour Napoléon du musée du Louvre, l'architecte Ming Pei a édifié une pyramide de verre et d'acier. Cette pyramide a une base carrée de 35,4 m de côté et une hauteur de 21,65 m. Lors d'une visite guidée, un touriste curieux pose les questions suivantes :



- Quel est le volume de cette pyramide ?
- Quelle est l'aire de la surface exposée aux intempéries ?
- Quelle est la pente des arêtes latérales en % ?



$$\text{Volume de la pyramide : } \frac{\text{Base} \cdot \text{hauteur}}{3} = \frac{35,4^2 \cdot 21,65}{3} = 9043,64 \text{ m}^3$$

$$\text{Théorème de Pythagore } \triangle SOH \quad SH^2 = SO^2 + OH^2$$

$$SH^2 = 21,65^2 + \left(\frac{35,4}{2}\right)^2$$

$$SH = 27,96 \text{ m}$$

Aire de la surface exposée :

$$4 \cdot \left(35,4 \cdot \frac{27,96}{2}\right) = 1979,88 \text{ m}^2$$

$$\text{Théorème de Pythagore } \triangle ACB \quad AB^2 = AC^2 + CB^2$$

$$AB^2 = 35,4^2 + 35,4^2$$

$$AB = 50,06 \text{ m}$$

$$OB = 25,03 \text{ m}$$

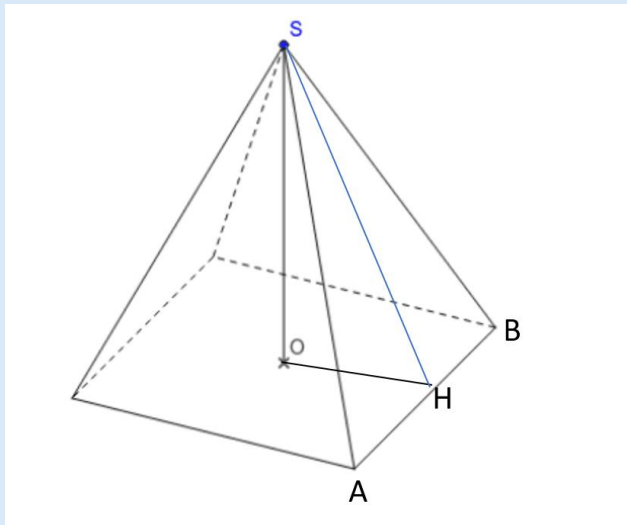
Pente des arêtes latérales :

$$\frac{21,65}{25,03} = 0,865 = 86,49 \%$$

Exercice 1.8

Une pyramide à base carrée a un volume de 4998 cm^3 . Sa hauteur mesure 34 cm .

Quelle est son aire totale ?



$$\text{Volume} = \frac{\text{Base} \cdot H}{3} \quad 4998 = \frac{\text{Base} \cdot 34}{3} \quad \text{Base} = \frac{3 \cdot 4998}{34}$$

$$\text{Côté} = \sqrt{\text{Base}} = 21 \text{ cm}$$

Théorème de Pythagore $\triangle SOH$

$$SH^2 = SO^2 + OH^2$$

$$SH^2 = 34^2 + 10,5^2$$

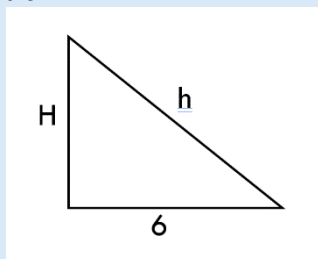
$$SH \cong 35,58 \text{ cm}$$

$$\text{Surface} : 4 \cdot \frac{21 \cdot 35,58}{2} + 21^2 = 1935,55$$

Exercice 1.9

L'aire totale d'une pyramide à base carrée mesure 384 cm^2 .

Sachant que le côté de la base mesure 12 cm , calcule le volume de la pyramide.



L'aire totale d'une pyramide :

$$384 = 12^2 + 4 \cdot \frac{12 \cdot h}{2}$$

$$h = \frac{384 - 144}{24} = 10 \text{ cm}$$

Théorème de Pythagore : $H^2 = 10^2 - 6^2$ $H = 8 \text{ cm}$

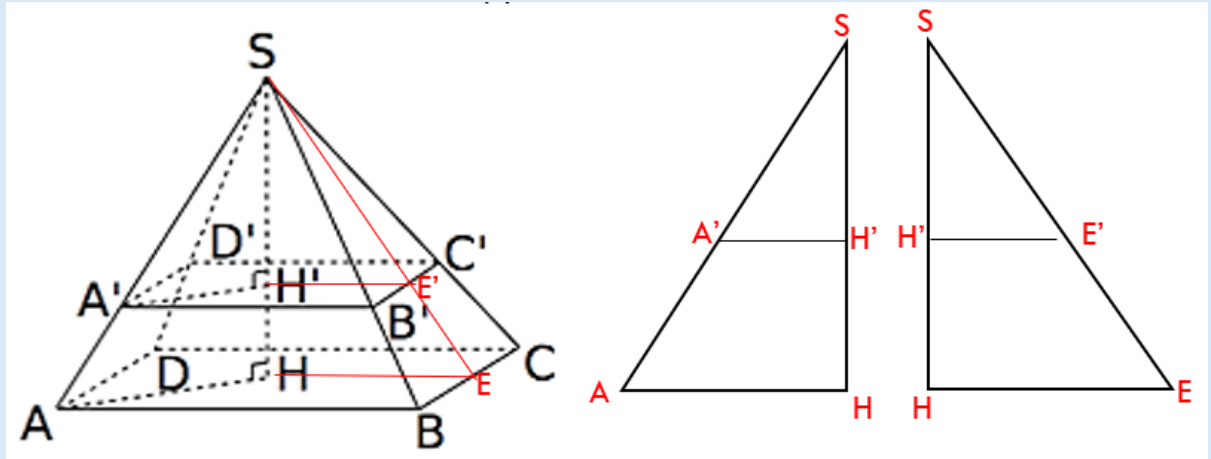
$$\text{Volume pyramide} = \frac{\text{Base} \cdot H}{3} = \frac{12^2 \cdot 8}{3} = 384 \text{ cm}^3$$

Exercice 1.10

On réalise la section d'une pyramide SABCD à base rectangulaire par un plan parallèle à sa base à 5 cm du sommet.

$AB = 4,8 \text{ cm}$; $BC = 4,2 \text{ cm}$ et $SH = 8 \text{ cm}$.

Calcule le volume du « tronc » de pyramide.



Théorème de Pythagore : $AC^2 = 4,8^2 + 4,2^2$ $AC = 6,38 \text{ cm}$

$$AH = \frac{AC}{2} = 3,19 \text{ cm}$$

Th de Thalès

$$\frac{SH}{SH'} = \frac{AH}{A'H'} \quad \frac{8}{5} = \frac{3,19}{A'H'} \quad A'H' = \frac{5 \cdot 3,19}{8} = 1,99 \text{ cm}$$

$$\frac{SH}{SH'} = \frac{HE}{H'E'} \quad \frac{8}{5} = \frac{2,4}{H'E'} \quad H'E' = \frac{5 \cdot 2,4}{8} = 1,5 \text{ cm}$$

$$A'B' = 2 \cdot 1,5 = 3 \text{ cm}$$

Théorème de Pythagore : $B'C'^2 = 3,98^2 - 3^2$ $B'C' = 2,63 \text{ cm}$

Volume du tronc :

$$\frac{4,8 \cdot 4,2 \cdot 8}{3} - \frac{3 \cdot 2,63 \cdot 5}{3} = 53,76 - 13,1 = 40,63 \text{ cm}^3$$