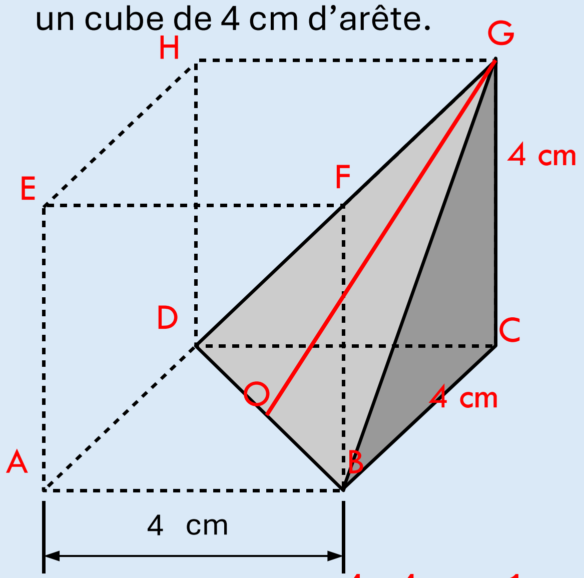
Exercice 1.11

Calcule le volume et l'aire totale de la pyramide ci-contre, découpée dans un cube de 4 cm d'arête.




Volume pyramide : $\dfrac{4 \cdot 4}{2} \cdot 4 \cdot \dfrac{1}{3} = 10,\overline{6}$ cm

Aire totale de la pyramide : $\dfrac{4 \cdot 4}{2} + \dfrac{4 \cdot 4}{2} + \dfrac{4 \cdot 4}{2}$ + Aire $\Delta$ GDB

Th Pythagore $\Delta$ DCB

$DB^2 = BC^2 + DC^2$

$DB^2 = 4^2 + 4^2$

DB = 5,66 cm

$DO = \dfrac{DB}{2} = 2,83$ cm

Th Pythagore $\Delta$ GOB

$GO^2 = GB^2 - BO^2$

$GO^2 = 5,66^2 - 2,83^2$

GO = 4,9 cm

Aire $\Delta$ GDB $= \dfrac{5,66 \cdot 4,9}{2} = 13,86$ cm$^2$

Aire totale : 24 + 13,87 = 37,86 cm$^2$

## Exercice 1.12

Ces gobelets coniques ont un volume de 125 ml. Quel est leur rayon s'ils ont une hauteur de 9 cm ?

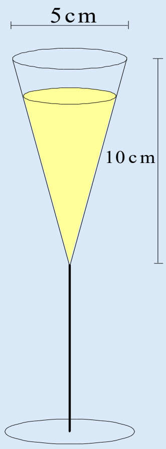
Volume cône = $\dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$

$r^2 = \dfrac{3 \cdot V}{\pi \cdot h} = \dfrac{3 \cdot 125}{\pi \cdot 9}$

r = 3,64

## Exercice 1.13

Une flûte à champagne a la forme d'un cône.




Chaque flûte étant remplie aux trois quarts de sa hauteur, quel est le nombre maximum de flûtes que l'on peut remplir avec une bouteille de 75 cl ?

On remplit complètement la flûte, puis on verse le liquide dans un verre cylindrique de 1,8 cm de rayon et de 6,4 cm de hauteur. Le liquide va-t-il déborder ? Justifie.

Volume de la flûte au ¾ :

$\dfrac{3}{4} \cdot \dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 10 = 49{,}09 \text{ cm}^3 = 49{,}09 \text{ ml}$

Bouteille 75 cl = 750 ml

$\dfrac{750}{49{,}09} = 15{,}28$

On peut remplir 15 flûtes

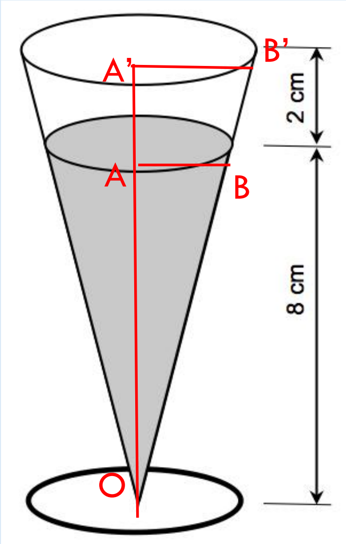
Volume de la flûte : $\dfrac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 10 = 65{,}45 \text{ cm}^3$

Volume verre : $\pi \cdot 1{,}8^2 \cdot 6{,}4 = 65{,}14 \text{ cm}^3$

Oui le liquide va déborder $65{,}45 - 65{,}14 = 0{,}31 \text{ cm}^3$

## Exercice 1.14

On verse dans un verre conique un décilitre de liquide. Le niveau atteint alors une hauteur de 8 cm et il reste une marge de 2 cm avant que le liquide ne déborde.




Calcule la fraction du verre qui est remplie.

1dl = 100 ml = 100 $cm^3$

$$V_{liquide} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$$

$$100 = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot 8}{3}$$

$$r^2 = \frac{300}{8\pi}$$

r = 3,45 cm

th de Thalès

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{AB}{A'B'}$$

$$\frac{8}{10} = \frac{3{,}45}{A'B'}$$

$$A'B' = \frac{10 \cdot 3{,}45}{8} = 4{,}32 \text{ cm}$$

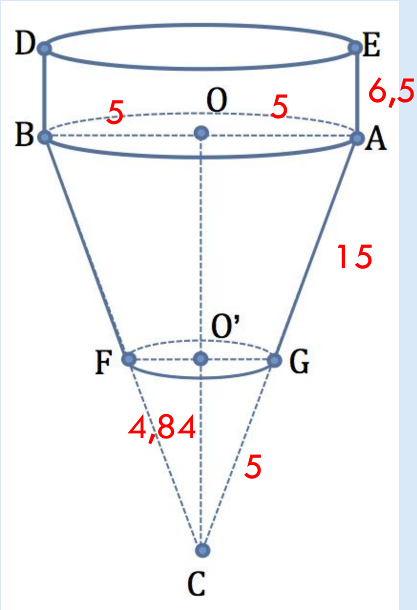
$$\text{Volume verre} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 4{,}32^2 \cdot 10}{3} = 195{,}31 \text{ cm}^3$$

$$\text{Fraction remplie : } \frac{100}{195{,}31} = 0{,}512 = 51{,}2\%$$

## Exercice 1.15

Le pluviomètre ci-dessous est constitué d'un cône dont on a coupé la pointe et d'un cylindre.

Sachant que AC = 20 cm, AG = 15 cm, AB = 10 cm, AE = 6,5 cm, O'C = 4,84 cm, que O est le milieu de AB et O' le milieu de FG, est-il possible de verser 1 litre d'eau dans ce pluviomètre ?




Théorème de Thalès

$$\frac{CO'}{CO} = \frac{CG}{CA} = \frac{O'G}{OA}$$

$$\frac{4,84}{CO} = \frac{5}{20} = \frac{O'G}{5}$$

$$CO = \frac{20 \cdot 4,84}{5} = 19,36 \text{ cm}$$

$$O'G = \frac{5 \cdot 5}{20} = 1,25 \text{ cm}$$

Volume grand cône – volume petit cône :

$$\frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 19,36}{3} - \frac{\pi \cdot 1,25^2 \cdot 4,84}{3} = 498,92 \text{ cm}^3$$

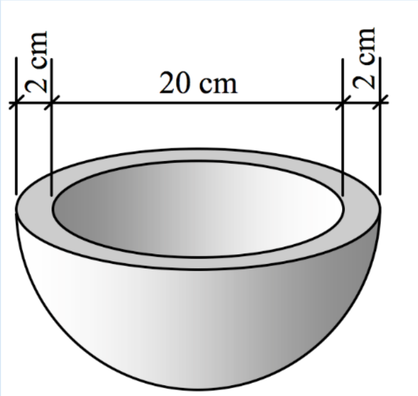
Volume du cylindre : $\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 6,5 = 510,51 \text{ cm}^3$

1 litre = $1 dm^3 = 1000 \text{ cm}^3$

Oui c'est possible car le volume du pluviomètre est de $1009,43 \text{ cm}^3$

## Exercice 1.16

Calcule la masse de ce bol en acier (masse volumique de l'acier = 7,86 kg/dm$^3$).




Volume ½ grande sphère :

$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 12^3 = 3619{,}11 \text{ cm}^3$

Volume ½ petite sphère :

$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 10^3 = 2094{,}40 \text{ cm}^3$

Volume bol : 3619,11 – 2094,40 = 1524,72 cm$^3$ = 1,52 dm$^3$

Masse= $M_{vol} \cdot vol = 7{,}86 \cdot 1{,}52 = 11{,}98$

## Exercice 1.17

Trois boules de pétanque de 268 cm$^3$ chacune sont emballées dans un carton cylindrique comme dessiné ci-dessous. Les boules touchent les extrémités du carton.

Calcule l'aire du carton.

$V_{boule} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ $\quad$ $268 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

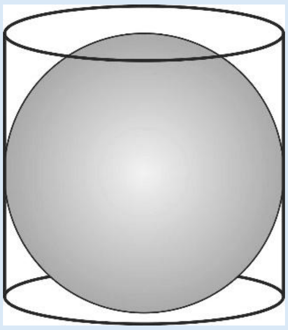
$r^3 = \frac{3 \cdot 268}{4\pi}$ $\quad$ r = 4 cm

Aire du carton :

$2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot 3 \cdot 8 = 2\pi \cdot 4^2 + 2\pi \cdot 4 \cdot 3 \cdot 8 = 703{,}72 \text{ cm}^2$

Exercice 1.18

Une boule est emballée dans une boîte cylindrique. Le diamètre de la boule est égal au diamètre du cylindre et à sa hauteur.



a) Calcule le rapport entre le volume de la boîte cylindrique et celui de la boule.

b) Détermine quel pourcentage du volume de la boîte représente l'espace vide entre la boule et les parois de la boîte ?

2x = diamètre boule = diamètre cylindre = hauteur

x = rayon

Volume du cylindre : $\pi \cdot x^2 \cdot 2x$

Volume de la sphère : $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot x^3$

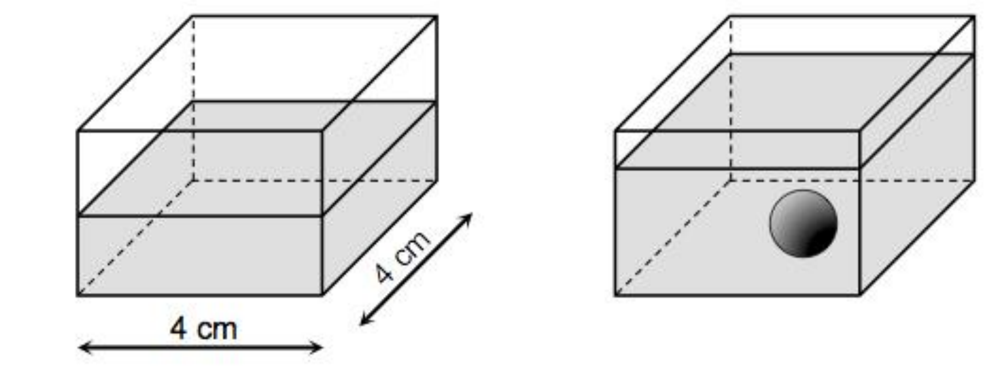
Volume vide : $2 \cdot \pi \cdot x^3 - \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot x^3 = \pi \cdot x^3 \, (2 - \frac{4}{3}) = \frac{2}{3} \pi \cdot x^3$

Pourcentage du volume de la boîte représenté par l'espace vide :

$$\frac{\frac{2}{3} \pi \cdot x^3}{2 \pi \cdot x^3} = \frac{\frac{2}{3}}{2} = 33,\overline{3}\ \%$$

Exercice 1.19

On place une bille d'acier de 1,5 cm de rayon dans une boîte qui a la forme d'un pavé droit et qui contient de l'eau. La bille est alors complètement immergée. De quelle hauteur monte alors le niveau de l'eau ?




Volume de la bille :

$$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1{,}5^3 = 14{,}14 \text{ cm}^3$$

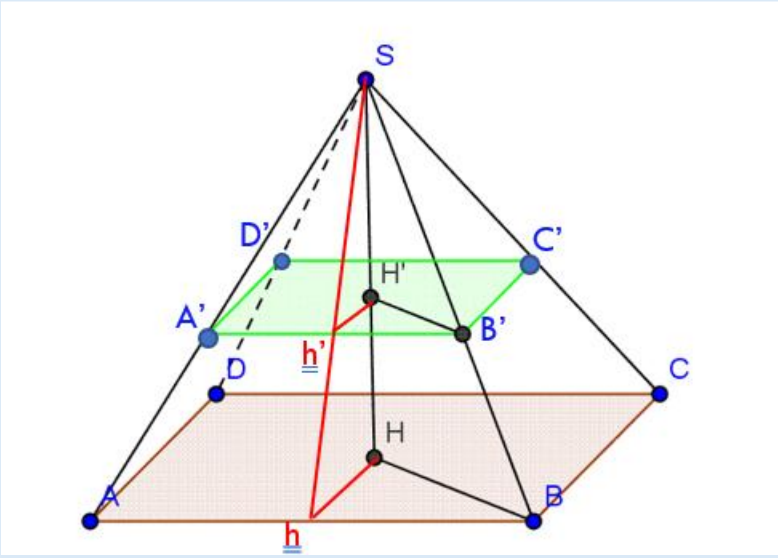
Volume eau déplacée (pavé droit) = volume de la bille

$$4 \cdot 4 \cdot h = 14{,}14 \text{ cm}^3$$

$$h = \frac{14{,}14}{4 \cdot 4} = 0{,}88 \text{ cm}$$

## Exercice 1.20

Soit la pyramide régulière SABCD dont la base est un carré. On enlève la pyramide régulière SA'B'C'D'.
Calcule le volume du solide restant sachant que :
AB= 24 cm, SA = 27 cm et SA' = 9 cm.




Par th. de Thalès $\dfrac{SA'}{SA} = \dfrac{SH'}{SH} = \dfrac{A'H'}{AH}$ $\quad \dfrac{9}{27} = \dfrac{SH'}{SH} = \dfrac{A'H'}{AH}$

Par théorème de Pythagore $\Delta$ ABC

$AC^2 = AB^2 + BC^2 \quad AC^2 = 24^2 + 24^2 \quad AC \cong 33{,}94$ cm $\quad AH \cong 16{,}97$ cm

$\dfrac{9}{27} = \dfrac{SH'}{SH} = \dfrac{A'H'}{16{,}97} \qquad A'H' = \dfrac{16{,}97 \cdot 9}{27} = 5{,}66$ cm

Par théorème de Pythagore

$SH'^2 = 9^2 - 5.66^2 \quad \Rightarrow SH' = 7$ cm

$SH^2 = 27^2 - 16{,}97^2 \quad \Rightarrow SH = 21$ cm

$\dfrac{SH'}{SH} = \dfrac{Sh'}{Sh} = \dfrac{H'h'}{Hh} \quad \dfrac{Sh'}{Sh} = \dfrac{7}{21} = \dfrac{H'h'}{12} \qquad H'h' = \dfrac{12 \cdot 7}{21} = 4$ cm

$\dfrac{SA'}{SA} = \dfrac{SH'}{SH} = \dfrac{A'H'}{AH}$

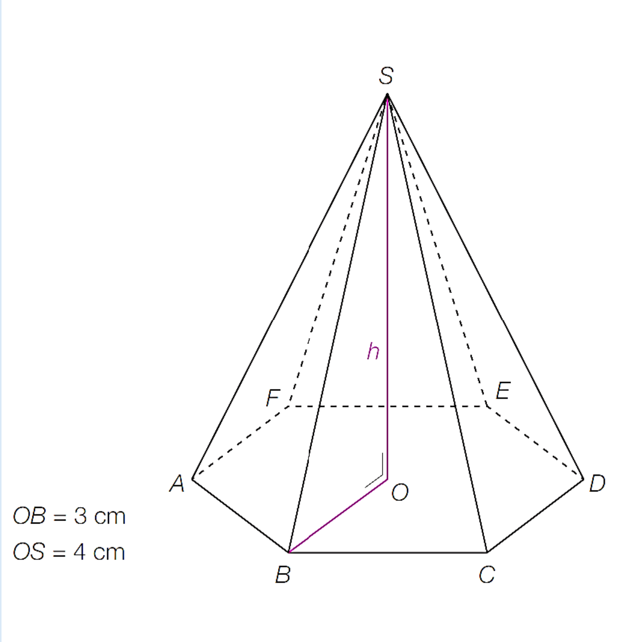
$\dfrac{9}{27} = \dfrac{7}{21} = \dfrac{A'H'}{12} \qquad A'H' = \dfrac{12 \cdot 7}{21} = 4$ cm $\quad \Rightarrow A'B' = 8$ cm

Volume $= \dfrac{1}{3} \cdot 24^2 \cdot 21 - \dfrac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 7 \cong 4032 - \dfrac{448}{3} = 3882,\overline{6}$ cm$^3$

(plusieurs démarches...)

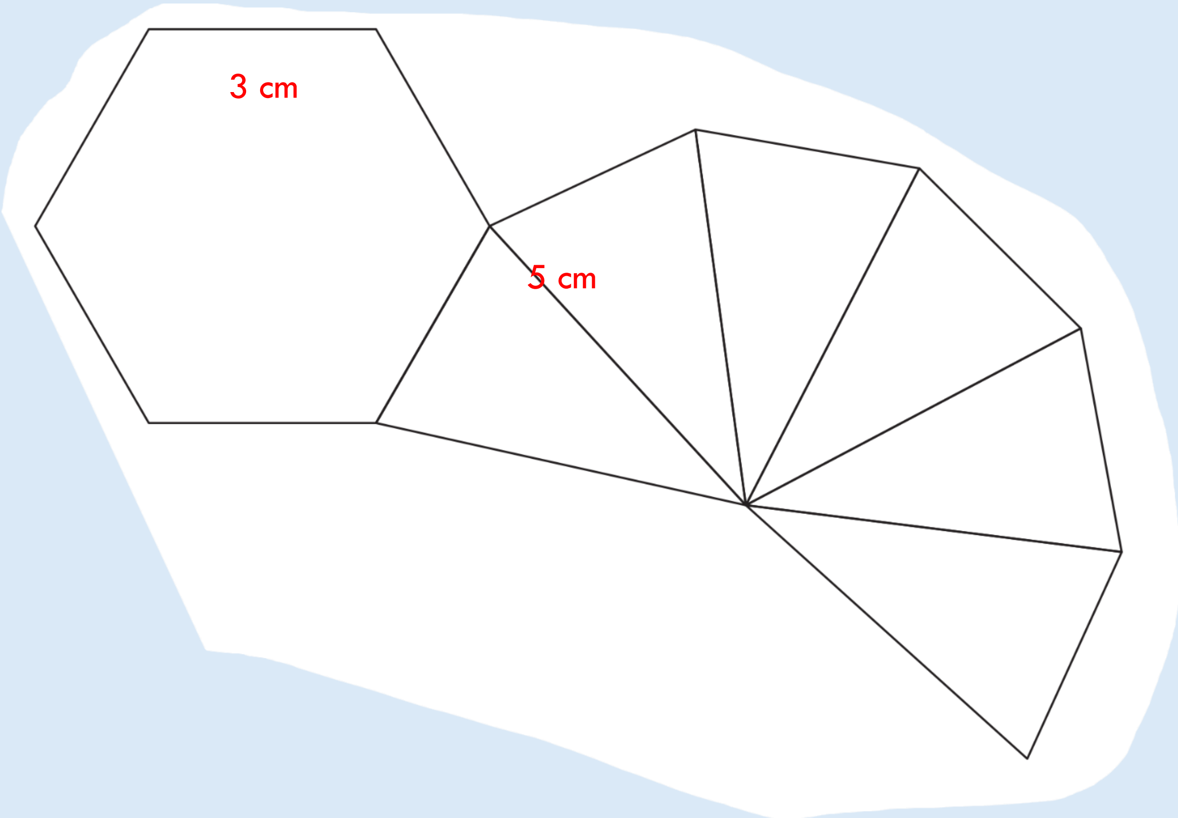
Exercice 1.21

Construis un développement de la pyramide régulière ci-contre à l'échelle 1 :1.



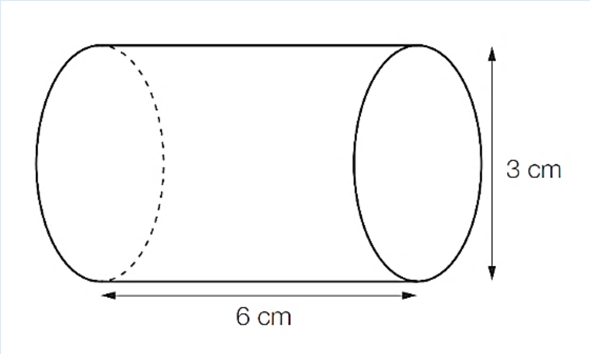

Par théorème de Pythagore

SB = $\sqrt{3^2+4^2}$= 5     OB = OC = BC = 3 cm

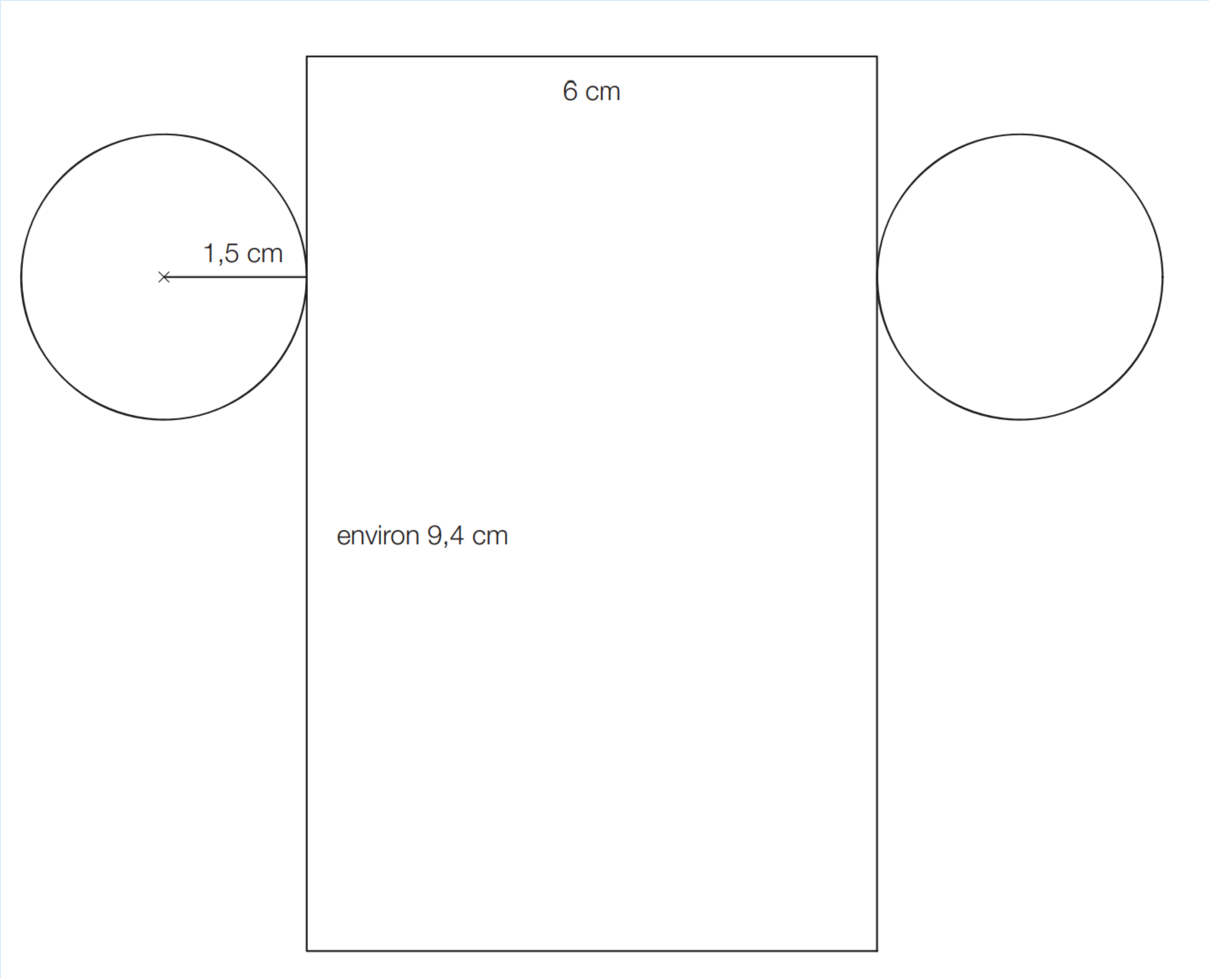


Exercice 1.22

Construis le développement de ce cylindre à l'échelle 1 : 1.

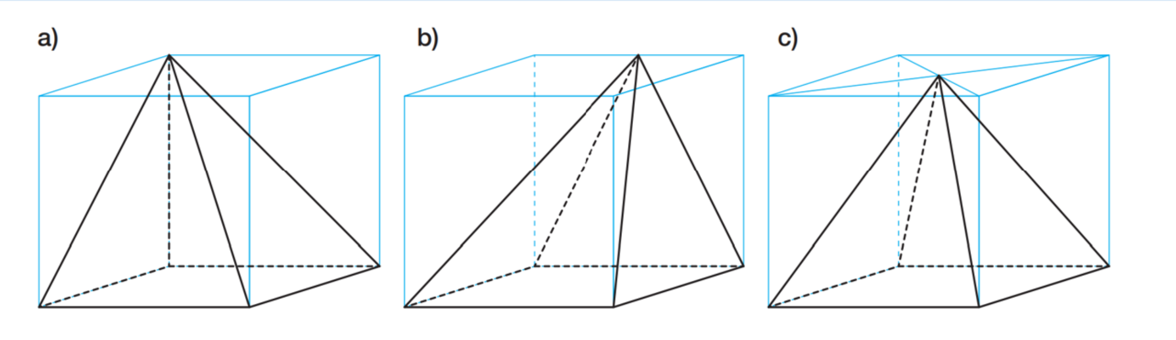



Circonférence du cercle = $2\pi r = 2\pi \cdot 1{,}5 = 9{,}4$ cm

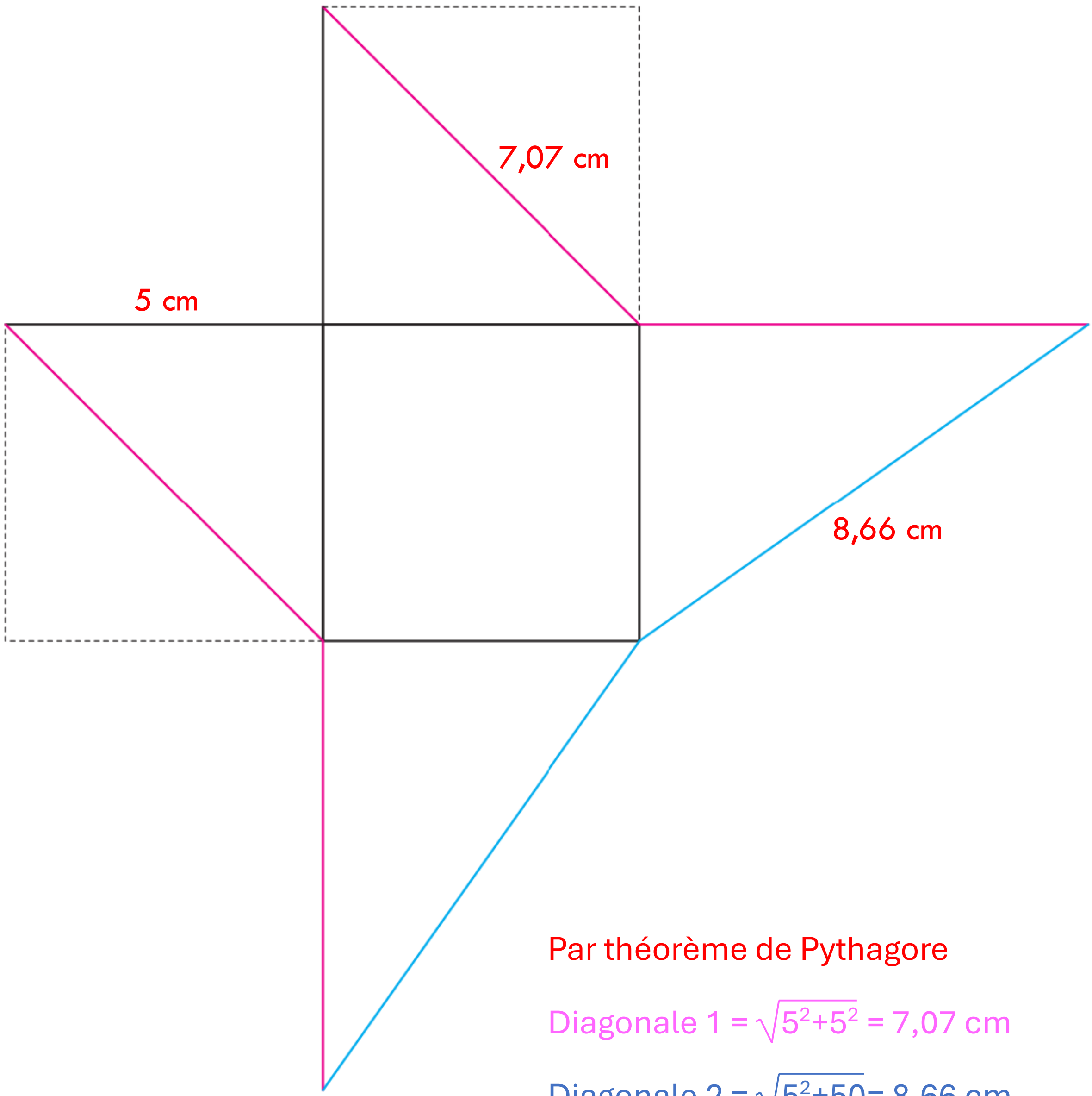


## Exercice 1.23

Dessine un développement de chacune des pyramides suivantes à l'échelle 1 : 1 sur les pages suivantes.
Chacune est située à l'intérieur d'un cube de 5 cm d'arête. Les sommets des pyramides sont situés soit sur l'un des sommets du cube, soit au milieu d'une de ses arêtes, soit au centre d'une de ses faces.
Fais des croquis avant de réaliser les constructions.



a)

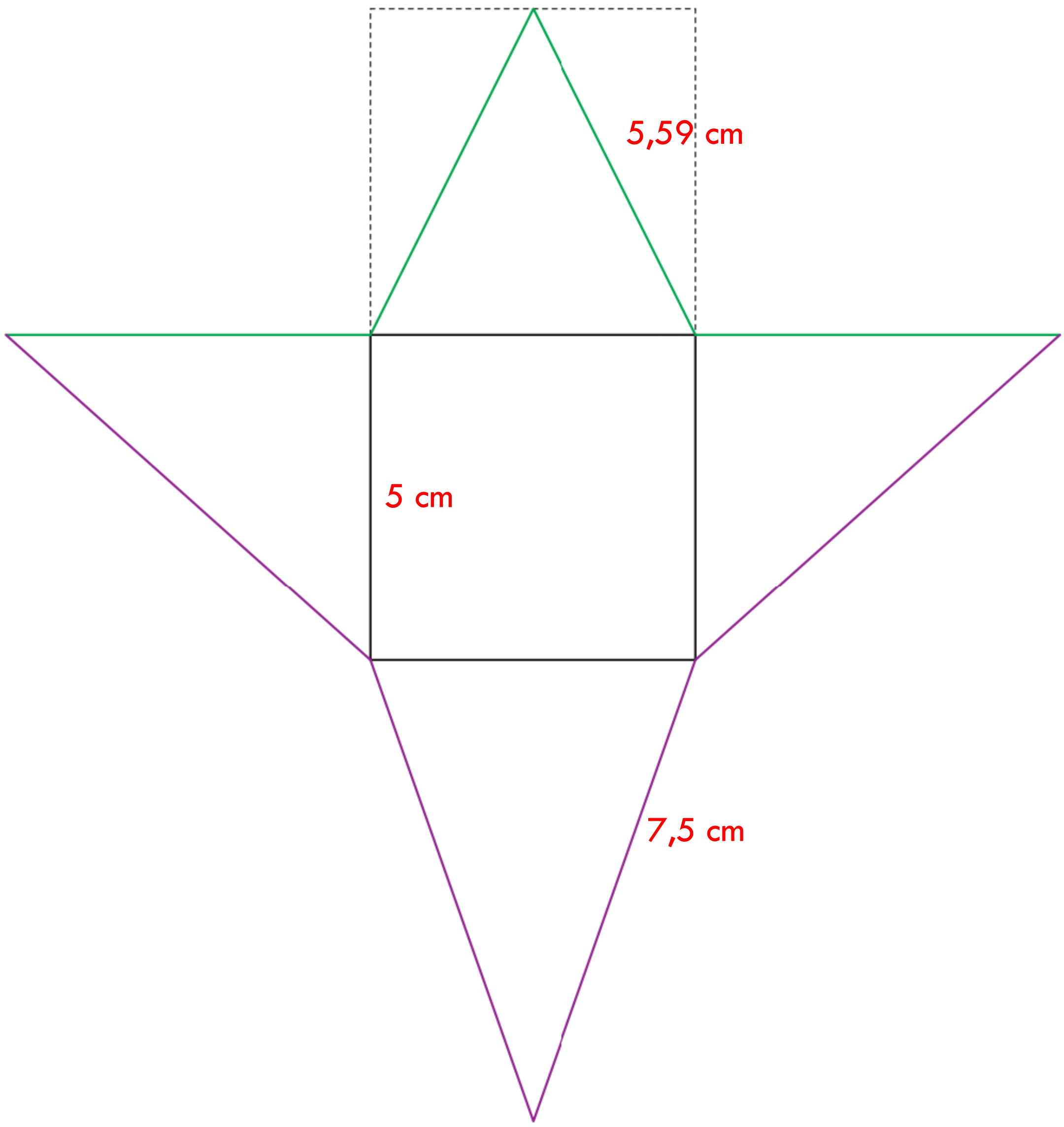



Par théorème de Pythagore

Diagonale 1 = $\sqrt{5^2+5^2}$ = 7,07 cm

Diagonale 2 = $\sqrt{5^2+50}$= 8,66 cm

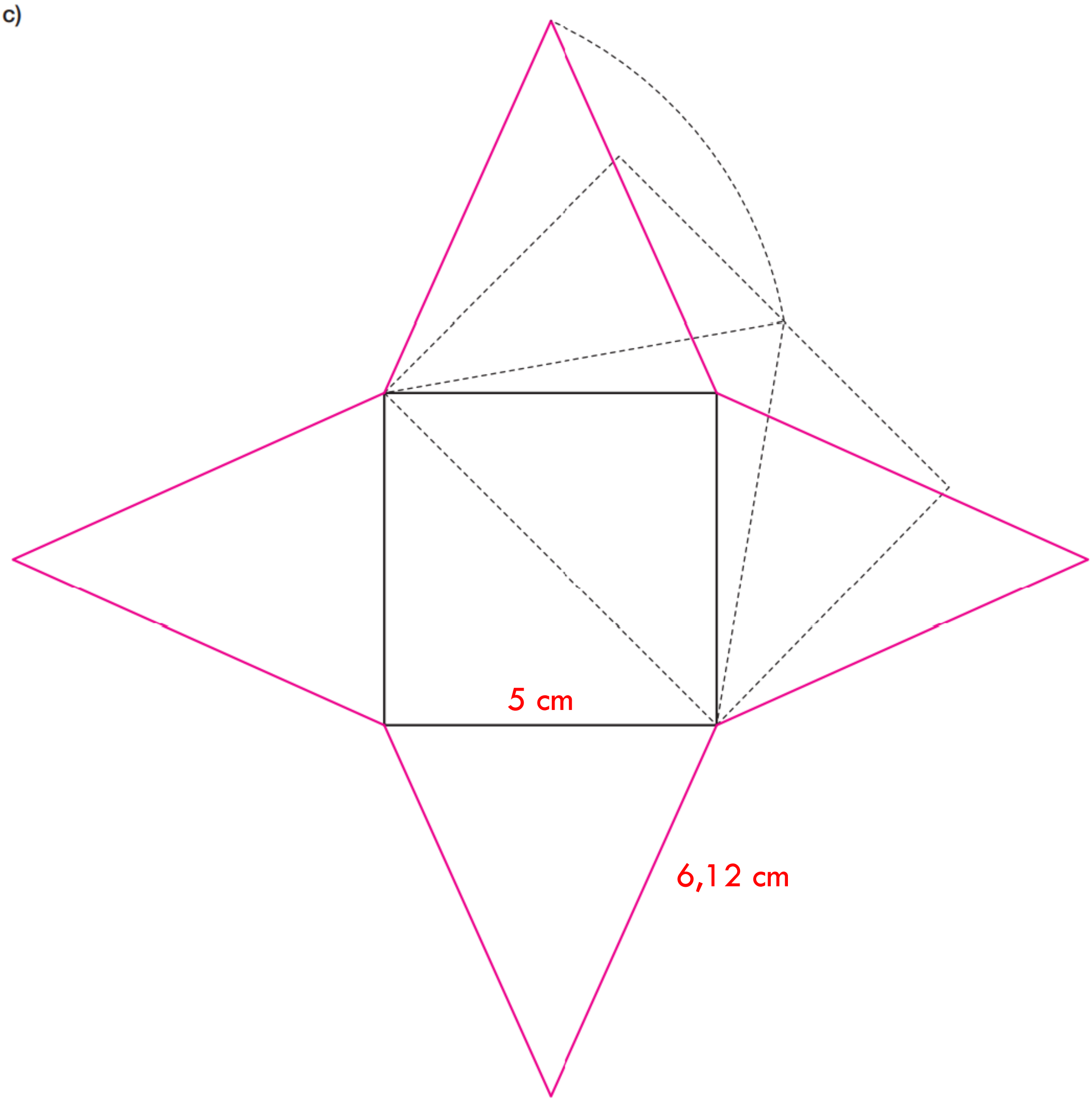
b)




Par théorème de Pythagore

Diagonale 1 = $\sqrt{5^2+2,5^2}$ = 5,59

Diagonale 2 = $\sqrt{5,59^2+5^2}$= 7,5 cm c)




Par théorème de Pythagore

Diagonale 1 = $\sqrt{5^2+5^2}$ = 7,07 cm

Demi diagonale 1: $\frac{7,07}{2}$

Diagonale 2 = $\sqrt{5^2+12,5}$= 6,12 cm