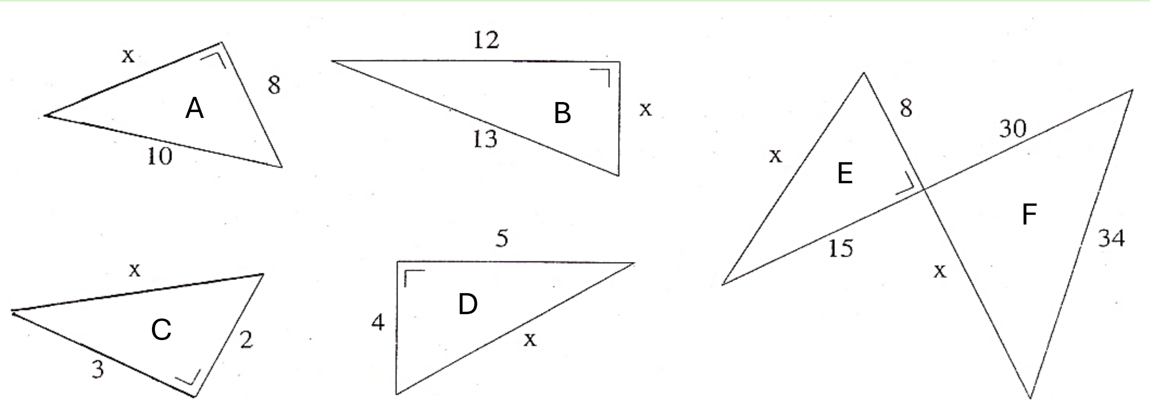
Exercice 2.1

Calcule la valeur de x sur les croquis de triangles rectangle A, B, C, D, E et F.



A: $x^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \quad \Rightarrow x = \sqrt{36} = 6$

B: $x^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \quad \Rightarrow x = \sqrt{25} = 5$

C: $x^2 = 3^2 + 2^2 = 13 \quad \Rightarrow x = \sqrt{13} = 3{,}61$

D: $x^2 = 5^2 + 4^2 = 41 \quad \Rightarrow x = \sqrt{41} = 6{,}4$

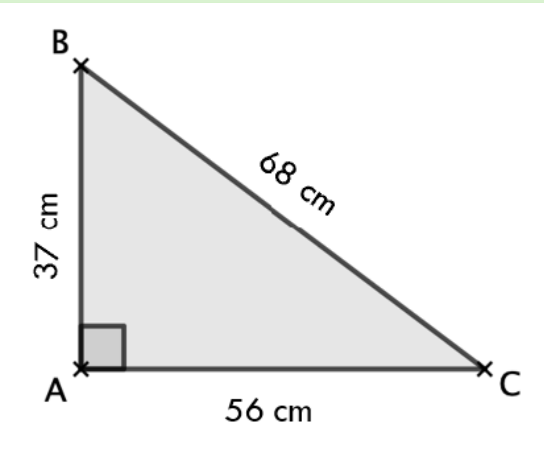
E: $x^2 = 15^2 + 8^2 = 289 \quad \Rightarrow x = \sqrt{289} = 17$

F: $x^2 = 34^2 - 30^2 = 256 \quad \Rightarrow x = \sqrt{256} = 16$

Exercice 2.2

Le triangle ABC est-il un triangle rectangle ?

Justifie ta réponse par un calcul.

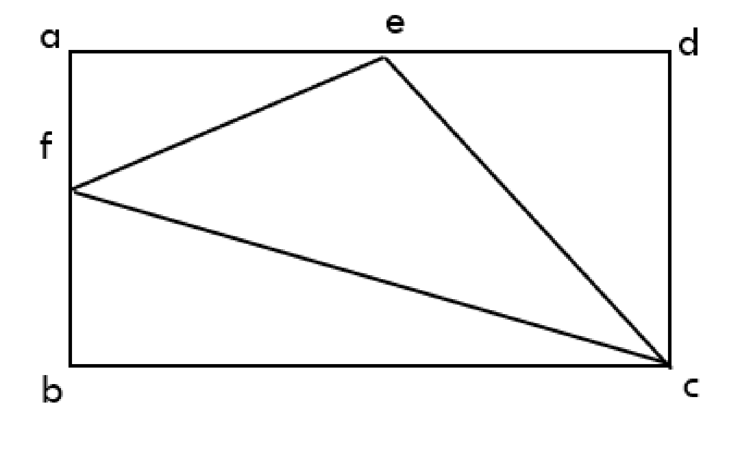


$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$68^2 \stackrel{?}{=} 56^2 + 37^2 \quad \Rightarrow 4624 \neq 4505$

Par la réciproque (contraposée, terme exact) du théorème de Pythagore, le Δ ABC n'est pas rectangle

Exercice 2.3



efc est un triangle inscrit dans le rectangle abcd.
af = 9 cm ae = ed = 12 cm fb = 7 cm
Le triangle efc est-il rectangle en e ?

Théorème de Pythagore Δ aef,

Δ edc, Δfbc

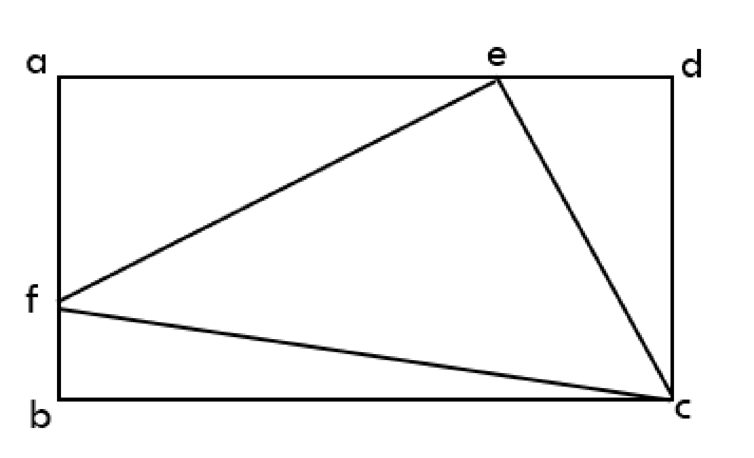
ef = $12^2 + 9^2 = 15$
ec = $12^2 + 16^2 = 20$
fc = $7^2 + 24^2 = 25$

$fc^2 = ef^2 + ec^2$ $25^2 = 15^2 + 20^2$ $625 = 625$

Par la réciproque du théorème de Pythagore, le Δ efc est rectangle

Exercice 2.4

efc est un triangle inscrit dans le rectangle abcd.
Ae = 15 cm ed = 9 cm af = 20 cm
fb = 7 cm
Le triangle efc est-il isocèle ?



Théorème de Pythagore Δ aef, Δ edc, Δfbc

ef = $\sqrt{af^2+ae^2} = \sqrt{15^2+20^2} = 25$ cm

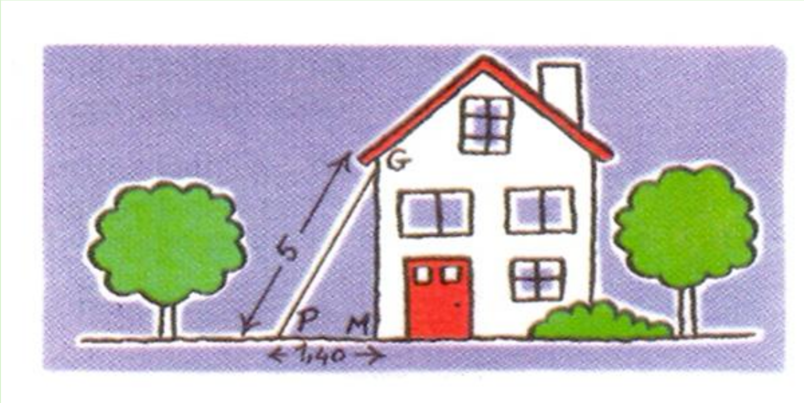
ec = $\sqrt{ed^2+dc^2} = \sqrt{9^2+27^2} = 28{,}46$ cm

fc = $\sqrt{fb^2+bc^2} = \sqrt{7^2+24^2} = 25$ cm

Oui le Δ efc est isocèle, il a 2 côtés isométriques

Exercice 2.5

Anne veut réparer les gouttières de sa maison. Elle utilise une échelle de 5 m de long qu'elle place à 1,40 m du bord du mur de la maison. A quelle hauteur environ sont placées les gouttières.



Théorème de Pythagore ΔGPM

$GM^2 = GP^2 - PM^2$

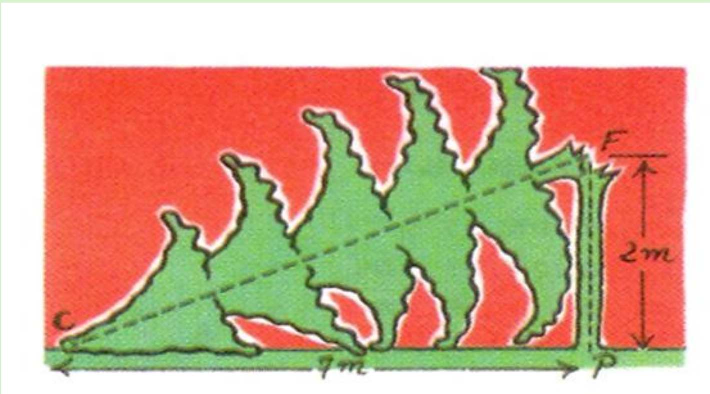
$GM^2 = 5^2 - 1{,}4^2$

$GM = 4{,}8$ m

Les gouttières sont placées à 4,8 m de hauteur

Exercice 2.6

Julia constate que la foudre a cassé son arbre préféré à 2 m du sol. La cime touche le sol à 7 m du pied de l'arbre. Quelle était la hauteur de l'arbre avant l'orage à 0,1 m près ?



Théorème de Pythagore ΔFPC

$FC = \sqrt{FP^2 + PC^2} = \sqrt{7^{2+}2^2} = 7{,}3$

La hauteur de l'arbre avant l'orage = 7,3 + 2 = 9,3 m

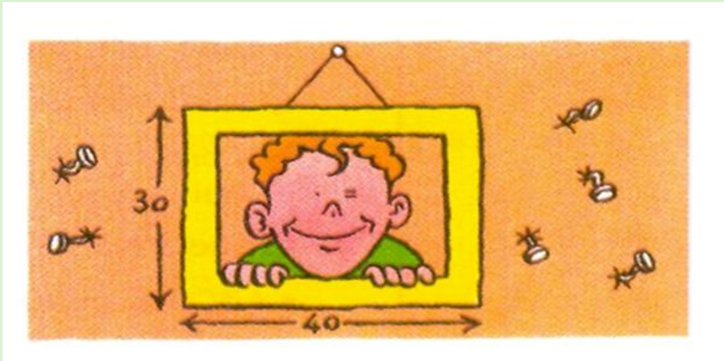
Exercice 2.7

Gérard fabrique un cadre rectangulaire de 40 cm de long et 30 cm de large. Il n'a pas d'équerre. Comment peut-il, juste avec son mètre, contrôler que les angles du cadre sont bien des angles droits.

Théorème de Pythagore ΔABC

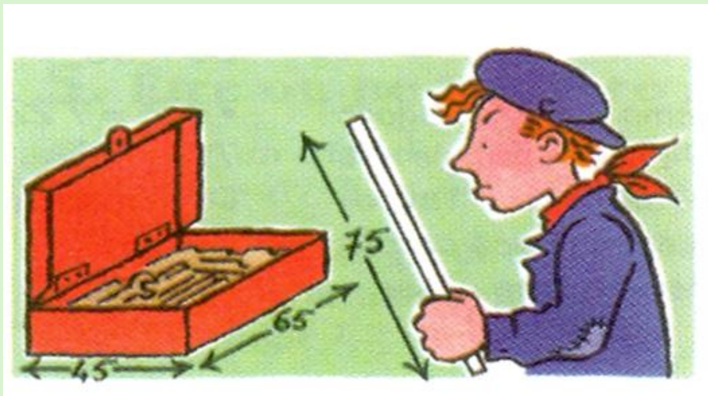
$AC = \sqrt{AB^2+BC^2} = \sqrt{40^2+30^2} = 50$

Gérard peut mesurer la diagonale AC et si elle mesure 50 cm, les angles du cadre sont droits



Exercice 2.8

Thomas est un vrai bricoleur. Peut-il rentrer sa règle métallique de 75 cm de long dans sa boîte à outil de 65 cm de long et 45 cm de large ?

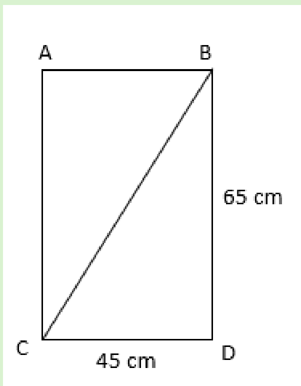


Théorème de Pythagore ΔBCD

$BC = \sqrt{BD^2+CD^2} = \sqrt{45^2+65^2} = 79{,}1$ cm

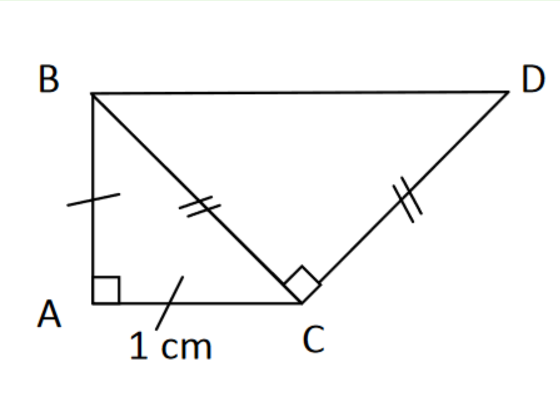
Oui 79,1 > 75 cm

Il peut rentrer la règle dans sa boîte à outil



Exercice 2.9

Calculer la longueur BD:

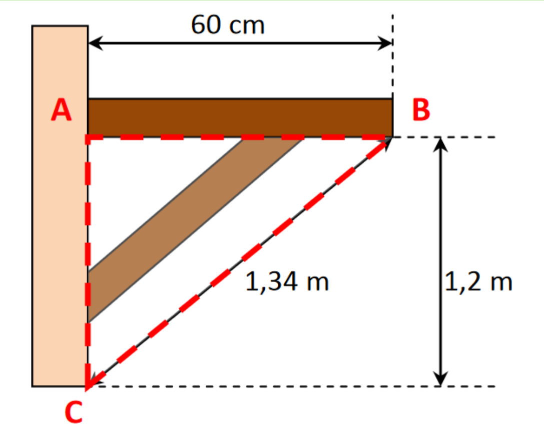


Théorème de Pythagore ΔABC et ΔBCD

$BC = \sqrt{AB^2+AC^2} = \sqrt{1^{2+}1^2} = \sqrt{2}$ $BD = \sqrt{BC^2+DC^2} = \sqrt{2+2} = 2$ cm

Exercice 2.10

L'étagère est-elle perpendiculaire au mur ?



Si $AB^2 + AC^2 = BC^2$ alors le Δ ABC est rectangle

$0{,}6^2 + 1{,}2^2 \neq 1{,}34^2$

$1{,}8 \neq 1{,}7956$

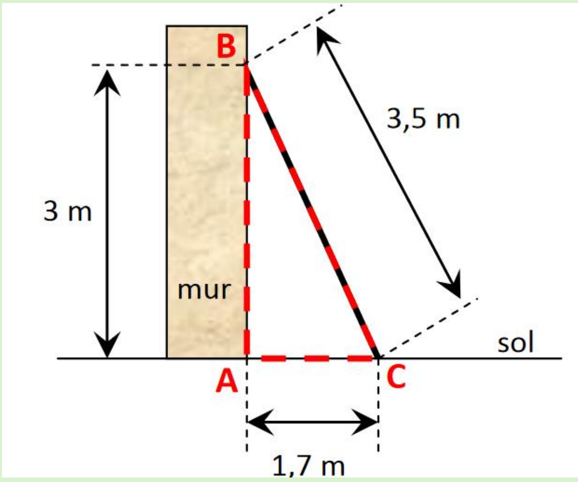
Par la réciproque (contraposée terme exact) du théorème de Pythagore :

Non l'étagère n'est pas tout à fait perpendiculaire

Exercice 2.11

Alex place une échelle de 3,50 m contre un mur. Sa hauteur sur le mur est de 3 m, et l’échelle est éloignée du mur sur le sol de1,7 m.

Le mur est-il perpendiculaire au sol ?



Si $AB^2 + AC^2 = BC^2$ alors le Δ ABC est rectangle

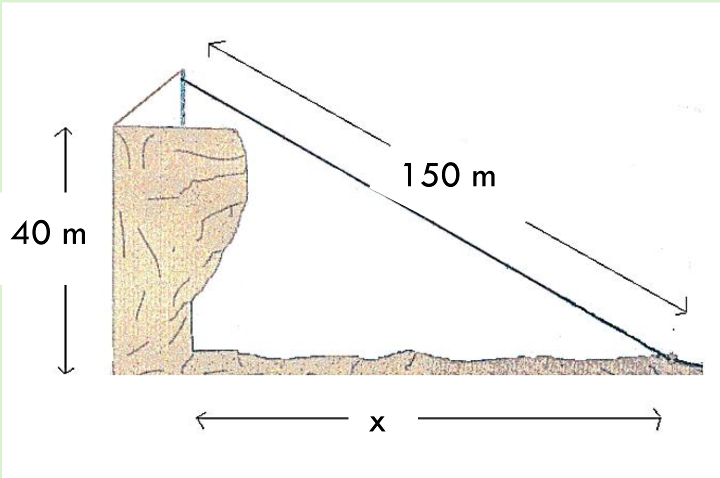
$3^2 + 1,7^2 \neq 3,5^2$ $11,89 \neq 12,25$

Par la réciproque (contraposée terme exact) du théorème de Pythagore :

Non le mur n’est pas perpendiculaire

Exercice 2.12

Un parc d’attractions dispose d’une tyrolienne de 150 m de long. Sachant que le départ se fait en haut d’un promontoire de 40 m de haut, à quelle distance au sol, nommée x, correspond le trajet parcouru en tyrolienne ?



Tenir compte du fait que la tyrolienne est fixée à un pylône de 3 m enfoncé d’un mètre dans le sol au sommet du promontoire.

Théorème de Pythagore

$x^2 = 150^2 - 42^2$ $\Rightarrow$ $x = 144$

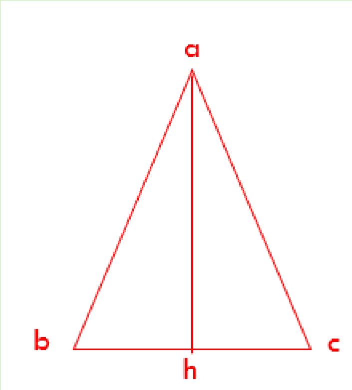
Le trajet parcouru en tyrolienne mesure 144 m

Exercice 2.13

Le périmètre d'un triangle isocèle abc (ab =ac) mesure 72 cm.

Quelle est la hauteur de ce triangle, sachant que le côté [bc] mesure 20 cm ?

Théorème de Pythagore Δabh



$ab = ac = \dfrac{72 - 20}{2} = 26$

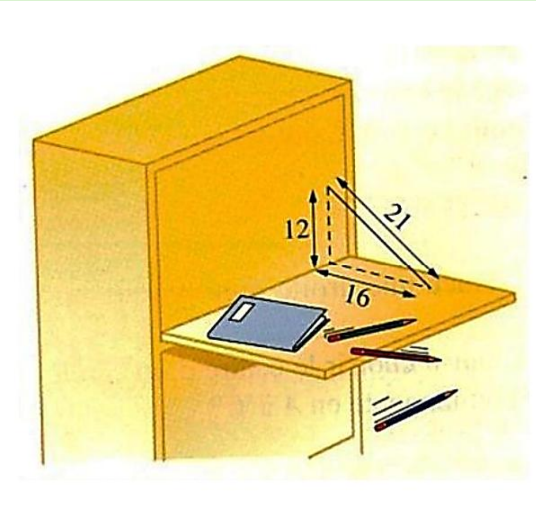
$ah^2 = ab^2 - bh^2$

$ah^2 = 26^2 - 10^2 \quad \Rightarrow ah = 24$

La hauteur mesure 24 cm

Exercice 2.14

Mathieu est perplexe... Ses parents lui ont acheté un secrétaire, mais ses stylos roulent et tombent. Peux-tu lui expliquer pourquoi ?



On constate que $21^2 \neq 12^2 + 16^2 \qquad 441 \neq 400$

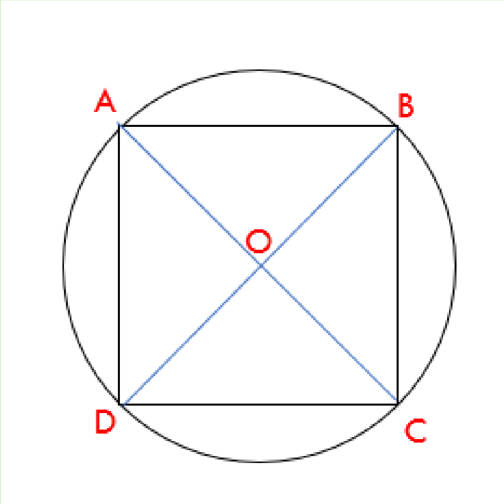
D'après la réciproque (contraposée terme exact) du théorème de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle.

Comme le plateau du bureau n'est pas perpendiculaire, les stylos vont donc rouler.

Exercice 2.15

Quelle est l'aire d'un carré inscrit dans un cercle de 6 cm de rayon ?

Trace un croquis.



Théorème de Pythagore ΔABO

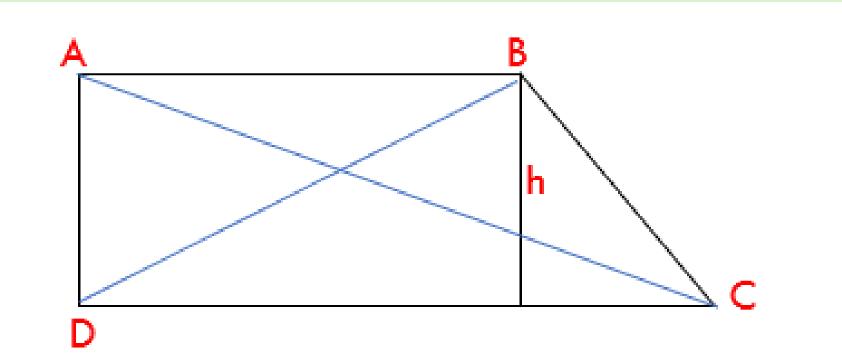
$AB = \sqrt{AO^2+BO^2}$

$AB = \sqrt{6^2+6^2} = \sqrt{72} \cong 8{,}49$ cm

Aire du carré $= \sqrt{72} \cdot \sqrt{72} = 72$ cm^2

Exercice 2.16

Quelle est l'aire d'un trapèze rectangle sont les diagonales mesurent 26 cm et 51 cm, et qui a une hauteur de 24 cm ? Trace un croquis.



Théorème de Pythagore ΔABD et ΔADC

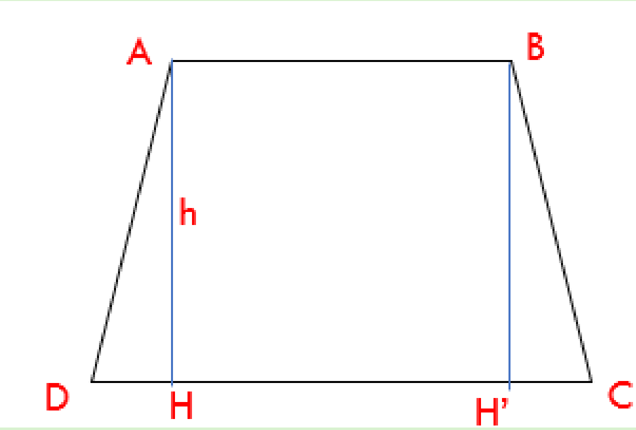
$AB^2 = BD^2 - AD^2 = 26^2 - 24^2 \quad \Rightarrow AB = 10$ cm

$DC^2 = AC^2 - AD^2 = 51^2 - 24^2 \quad \Rightarrow DC = 45$ cm

Aire trapèze $= \dfrac{10 + 45}{2} \cdot 24 = 660$ cm^2

Exercice 2.17

L'aire d'un trapèze isocèle est de 2484 cm^2. Ses bases mesurent 96 cm et 42 cm. Quel est son périmètre ? Trace un croquis.



Aire $_{\text{du trapèze}}$ = 2484 cm^2

$$DH = H'C = \frac{96 - 42}{2} = 27 \text{ cm}$$

$$A_{\text{du trapèze}} = \frac{B + b}{2} \cdot h \qquad 2484 = \frac{138}{2} \cdot h$$

$$h = \frac{2484 \cdot 2}{138} = 36 \text{ cm}$$

Théorème de Pythagore ΔADH

$AD^2 = AH^2 + DH^2$

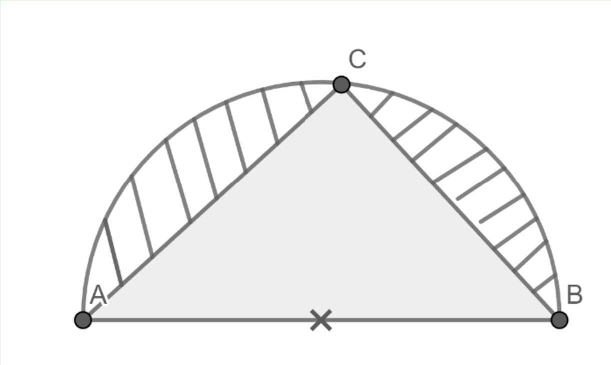
$AD^2 = 36^2 + 27^2 \Rightarrow AD = 45$ cm

Périmètre : 45 + 42 + 45 + 96 = 228 cm

Exercice 2.18

ABC est un triangle inscrit dans le demi-cercle.

Calcule l'aire de la surface hachurée de ce croquis, sachant que BC = 24 cm et AB = 51 cm



Théorème de Pythagore ΔABC

$AC^2 = AB^2 - BC^2$

$AC^2 = 51^2 - 24^2 \quad \Rightarrow AC = 45$ cm

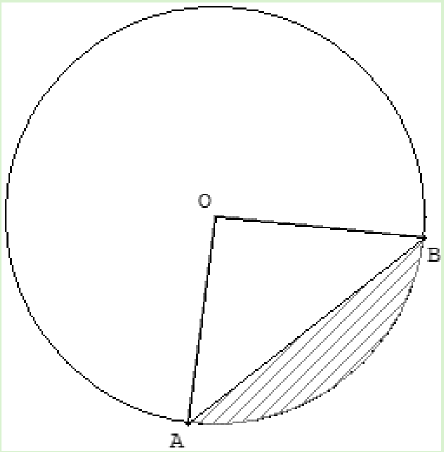
Aire Δ ABC = $\dfrac{45 \cdot 24}{2} = 540$ cm²

Aire demi-cercle de diamètre AB = $\dfrac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2 = \dfrac{1}{2} \cdot \pi \cdot 25{,}5^2 = 1021{,}41$ cm²

Aire hachurée : $1021{,}41 - 540 = 481{,}41$ cm²

Exercice 2.19

Calcule l'aire de la surface **blanche**, sachant que le rayon du cercle mesure 10 cm. L'angle droit du triangle se trouve sur le centre du cercle.



Aire surface blanche =

Aire Δ ABO + Aire secteur AOB

Aire surface blanche :

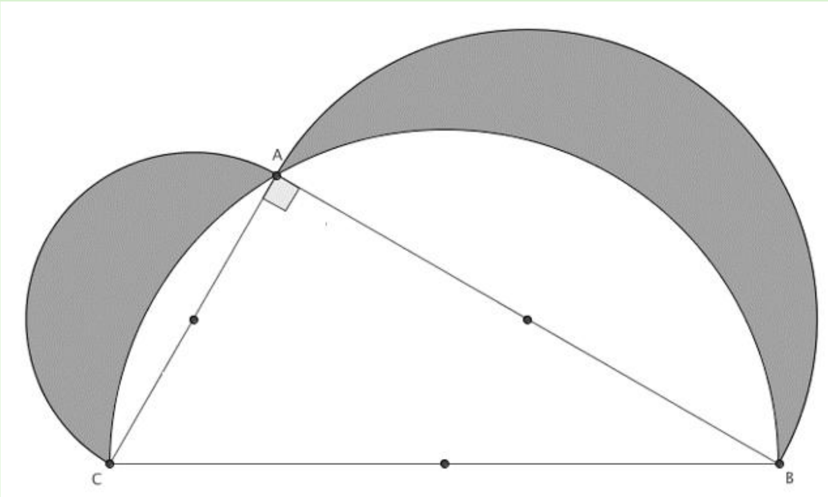
$$\frac{10 \cdot 10}{2} + \pi \cdot 10^2 \cdot \frac{270}{360} = 285 \text{ cm}^2$$

Exercice 2.20

Sur le croquis suivant, AB = 16 cm et AC = 12 cm

a) Calcule l'aire de la surface grisée, limitée par des demi-cercles de diamètre [AC],[AB] et [BC].

b) Calcule l'aire du triangle ABC.



Théorème de Pythagore ΔABC

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2}$

$BC = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$ cm

Aire ½ cercle ∅ AB+ Aire ½ cercle ∅ AC + Aire Δabc – Aire ½ cercle de ∅ BC

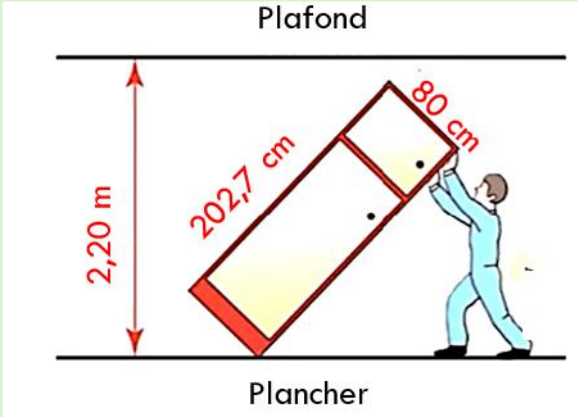
$$\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 8^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 6^2 + \frac{12 \cdot 16}{2} - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 10^2 = 96 \text{ cm}^2$$

a) Aire surface hachurée = 96 cm^2

b) Aire Δabc = $\frac{12 \cdot 16}{2} = 96$ cm^2

Exercice 2.21

Ce meuble mesurant 202,7 cm de haut et 80 cm de large a été monté à plat sur le plancher. Le plafond est à 2,20 m du sol. Le meuble pourra-t-il être redressé ?



Théorème de Pythagore

$d^2 = 202{,}7^2 + 80^2$

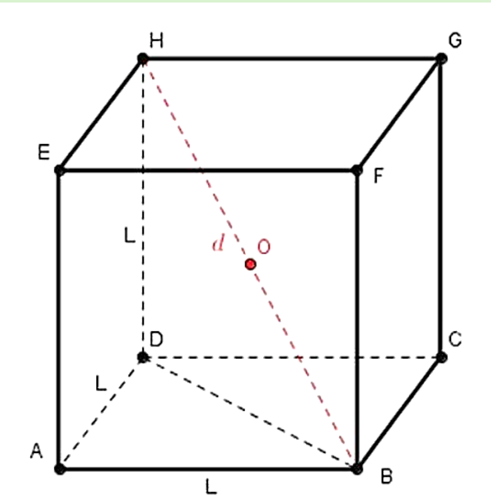
$d = 217{,}9$ cm

Le meuble pourra être redressé car

$217{,}9 < 220$ cm

Exercice 2.22

L'arête du cube ci-contre mesure 12 cm. Calcule la longueur de sa diagonale d.



Théorème de Pythagore ΔABD

$BD^2 = AB^2 + AD^2$

$BD = \sqrt{12^2+12^2} = 16{,}97$ cm

Théorème de Pythagore ΔHDB

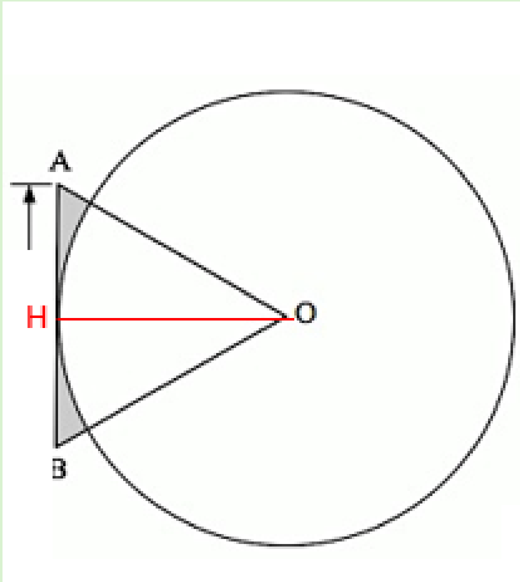
$d = HB$

$HB^2 = HD^2 + BD^2$

$HB = \sqrt{16{,}97^2+12^2} = 20{,}78$ cm

Exercice 2.23

Calcule l'aire grisée, sachant que O est le centre du cercle et que ABO est un triangle équilatéral.



Par le th. de Pythagore

$HO^2 = 12^2 - 6^2$

HO = 10.39 cm

Aire du ΔABO = $\dfrac{12 \cdot 10,39}{2}$ = 62,35 cm^2

Aire du secteur : $\pi \cdot r^2 \cdot \dfrac{a}{360} = \pi \cdot 10.39^2 \cdot \dfrac{60}{360}$ = 56,55 cm^2

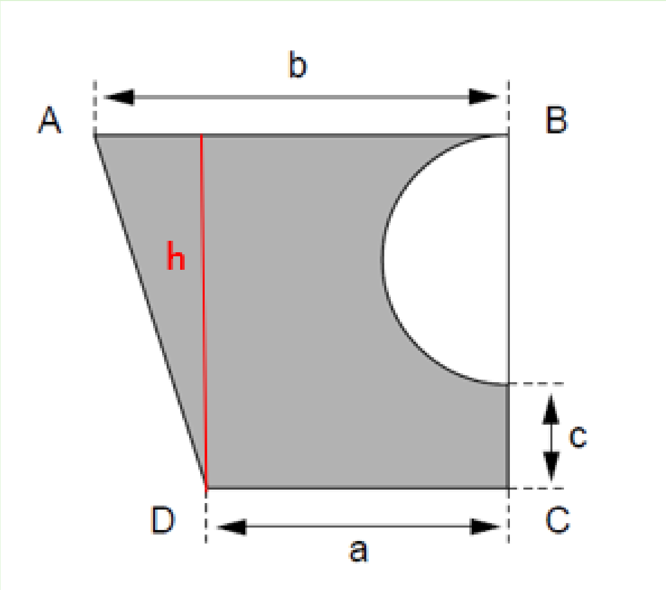
Aire grisée : 62,35 – 56,55 = 5,80 cm^2

Exercice 2.24

L'aire du trapèze ABCD est de 3575 cm^2.

Calcule le périmètre de la surface grisée.

a = 50 cm ; b = 80 cm et c = 10 cm



$$A_{trapèze} = \frac{B + b}{2} \cdot h$$

$$3575 = \frac{50 + 80}{2} \cdot h$$

$$h = \frac{3575}{65} = 55 \text{ cm}$$

Périmètre du $\frac{1}{2}$ cercle de diamètre 45 : $\frac{1}{2} \cdot 2\,\pi \cdot r = \pi \cdot 22{,}5 = 70{,}69$ cm

Th Pythagore : $AD^2 = 30^2 + 55^2$

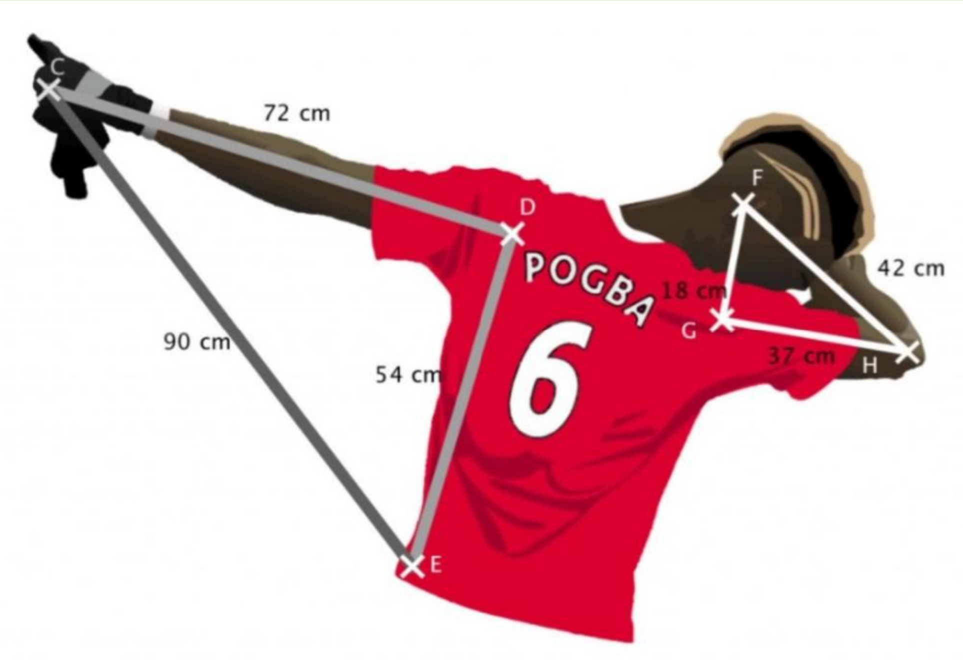
AD = 62,65 cm

Périmètre surface tramée : 80 + 70,69 + 10 + 50 + 62,65 = 273,34 cm

Exercice 2.25

Cristiano Ronaldo est jaloux du dab de Paul Pogba, il essaye alors de démontrer qu'il n'est pas parfait. Un dab est parfait si et seulement si les triangles représentés sur la figure ci-dessous sont rectangles.

CD = 72 cm	FG = 18 cm
DE = 54 cm	FH = 42 cm
CE = 90 cm	GH = 37 cm



Le triangles DEC est rectangle en D si :

$CE^2 = DC^2 + DE^2$

$90^2 = 72^2 + 54^2$

$8100 = 8100$

Par la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DEC est rectangle en D

Le triangles FGH est rectangle en G si :

$FH^2 = FG^2 + GH^2$

$42^2 \neq 18^2 + 37^2$

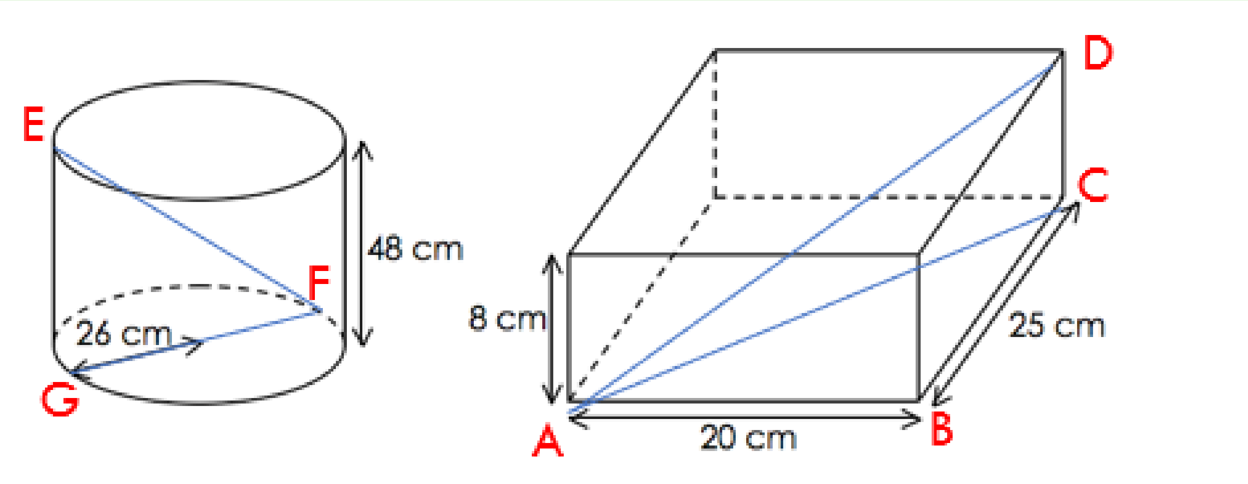
$1764 \neq 1369$

Par la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle FGH n'est pas rectangle en G

Le dab n'est donc pas parfait.

Exercice 2.26

Dans laquelle de ces deux boîtes peut-on insérer la baguette la plus longue ?



Théorème de Pythagore ΔABC $AC = \sqrt{AB^2+BC^2} = \sqrt{20^2+25^2} = 32{,}02$ cm

Théorème de Pythagore ΔACD $AD = \sqrt{AC^2+DC^2} = \sqrt{8^2+32{,}02^2} = 33$ cm

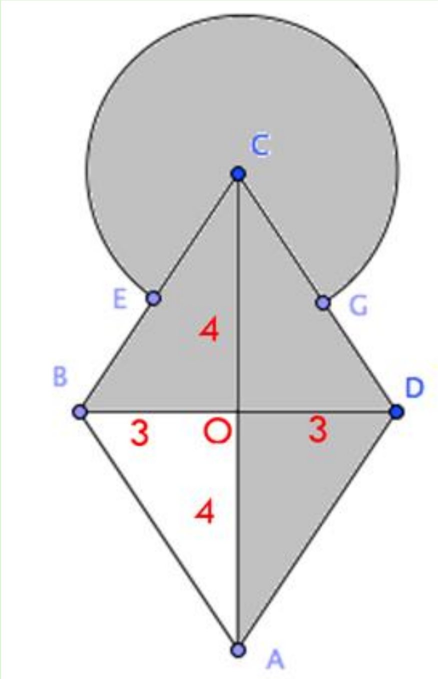
Théorème de Pythagore ΔEGF $EF = \sqrt{EG^2+GF^2} = \sqrt{48^2+52^2} = 70{,}77$ cm

Dans la boîte cylindrique, la baguette sera la plus longue

Exercice 2.27

Calcule l'aire et le périmètre de l'aire grisée, en sachant que :

AC = 8 cm, BD= 6 cm, BE = EC et CG=GD, l'angle $\widehat{BCD}$ = 80°.



Aire Δ AOD = $\frac{4 \cdot 3}{2}$ = 6 cm^2

3 · Aire du Δ AOD = 3 · 6 = 18 cm^2

Aire du secteur : $\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot \frac{280}{360}$ = 15,27 cm^2

Aire grisée : 18 + 15,27 = 33,27 cm^2

Théorème de Pythagore ΔBOC

BC = $\sqrt{BO^2+CO^2}$= $\sqrt{3^2+4^2}$= 5 cm

BE = EC = 2,5 cm = rayon du cercle

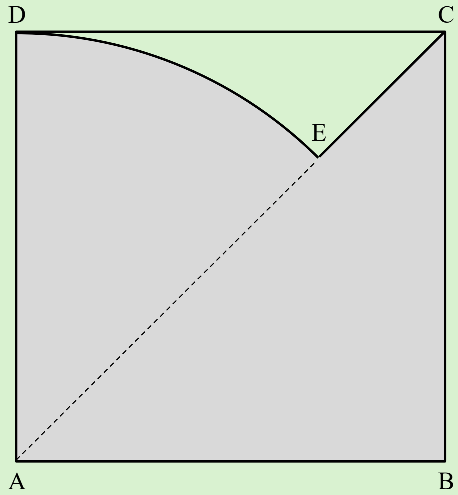
Périmètre :

$2\,\pi \cdot 2{,}5 \cdot \frac{280}{360} + 2{,}5 + 3 + 4 + 5 + 2{,}5 = 29{,}\ 22$ cm

Exercice 2.28

Dans le carré ABCD, on a tracé un arc de cercle DE de centre A. Le point E se trouve sur la diagonale AC. L'aire grisée mesure 357,08 cm^2 et l'aire blanche 42,92 cm^2.

Calcule le périmètre de la surface grisée.



Aire totale : 357,08 cm^2 + 42,92 cm^2 = 400 cm^2

Côté du carré : $\sqrt{400} = 20$ cm

$AC^2 = 20^2 + 20^2$

AC = 28,28 cm

EC = 28,28 – 20 = 8,28 cm

$$\overset{\frown}{DE} = 2\pi \cdot r \cdot \frac{a}{360} = 2\pi \cdot 20 \cdot \frac{45}{360} = 15{,}71 \text{ cm}$$

Périmètre de la surface grise :

$3 \cdot 20 + 15{,}71 + 8{,}28 = 83{,}99$ cm