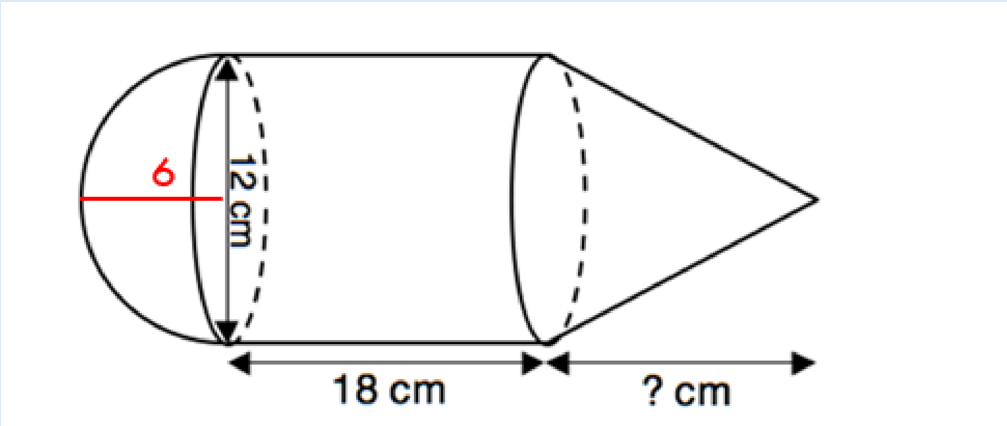
Exercice 1

Le solide ci-dessous est composé d'une demi-sphère, d'un cylindre et d'un cône. Calcule la hauteur du cône, sachant que le volume total du solide est de 3053,63 cm^3. Quelle serait la masse de ce solide s'il était en or, sachant que la masse volumique de l'or est de 19300 kg/m^3



Volume total du solide = 3053,63 cm^3

Volume total du solide = $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 6^3 + \pi \cdot 6^2 \cdot 18 + \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot h}{3}$

$452{,}39 + 2035{,}75 + \pi \cdot 12 \cdot h = 3053{,}63$

$\pi \cdot 12 \cdot h = 565{,}49$

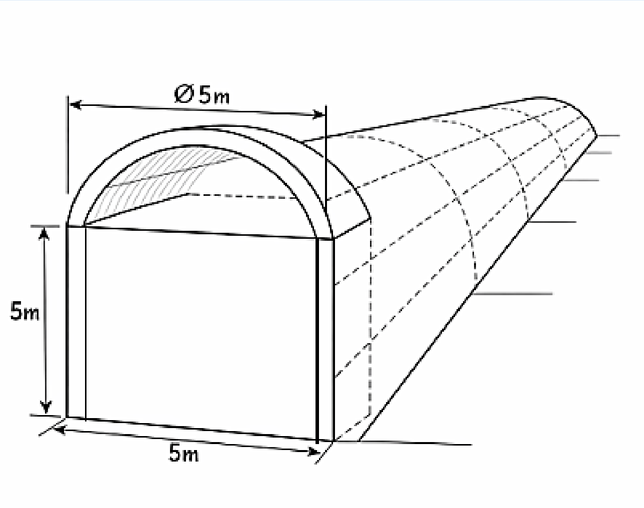
$h = \frac{565{,}49}{12\pi} = 15$ cm

La hauteur du cône est de 15 cm

Masse du solide = $19300 \cdot 0{,}00305363 = 58{,}94$ kg

Exercice 2

Un tunnel de 1,2 km de long est creusé. Sa section est composée d'un carré de 5 m de côté surmonté d'un demi-disque de diamètre 5 m.



a) Calcule le volume total de roche à évacuer pour creuser le tunnel.

Volume trou : $(5^2 + \frac{1}{2}\pi \cdot 2{,}5^2) \cdot 1200 = 41780{,}97 \text{ m}^3$

b) Détermine le volume de béton nécessaire pour renforcer les parois et la voûte avec une couche uniforme de 20 cm d'épaisseur ?

Volume intérieur :

$(4{,}6 \cdot 5 + \frac{1}{2}\pi \cdot 2{,}3^2)\ 1200 = 37571{,}42 \text{ m}^3$

Vbéton : $41780{,}97 - 37571{,}42 = 4209{,}56 \text{ m}^3$

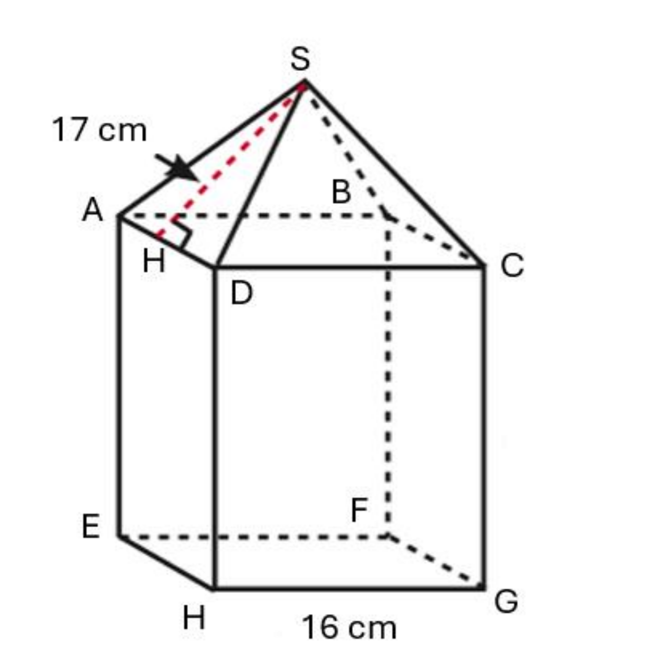
c) Calcule la surface totale à peindre sur les parois et la voûte du tunnel ?

$2 \cdot 5 \cdot 1200 + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 2{,}3 \cdot 1200 = 20670{,}8 \text{ m}^2$

Exercice 3

Une lanterne de 6144 cm^3 de volume est formée d'un prisme droit à base carrée surmonté d'une pyramide.

Calcule la hauteur totale de la lanterne, sachant que GH = 16 cm et SH = 17 cm.



Volume pavé + volume pyramide = volume lanterne = 6144

$$16^2 \cdot BG + \frac{16^2 \cdot AO}{3} = 6144$$

Par Th de Pythagore

$AO^2 = AF^2 - OF^2$

$AO^2 = 17^2 - 8^2$

AO = 15 cm

$$16^2 \cdot BG + \frac{16^2 \cdot 15}{3} = 6144$$

$256 \cdot BG + 1280 = 6144$

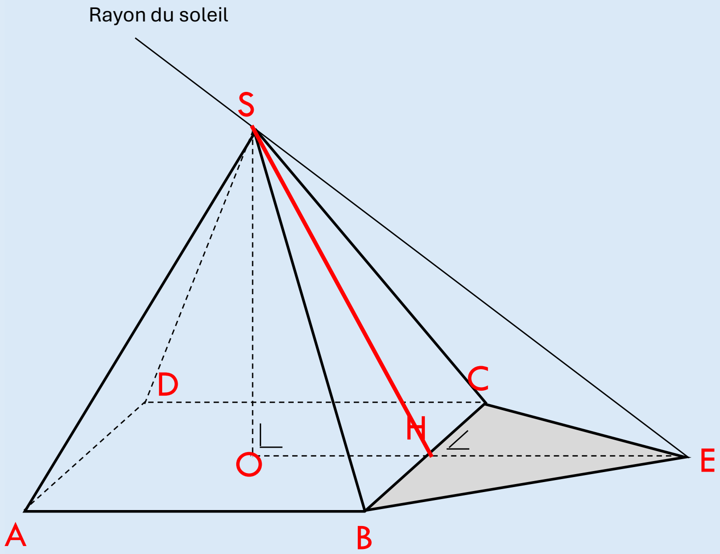
$$BG = \frac{6144 - 1280}{256} = 19 \text{ cm}$$

La hauteur totale : 19 + 15 = 34 cm

Exercice 4

Les pyramides d'Egypte sont des pyramides régulières à base carrée. Dans le cas de figure représenté par le croquis ci-dessous, l'inclinaison des rayons du soleil est telle que l'ombre portée sur le sol a une aire égale à celle d'une face latérale de la pyramide. L'ombre couvre une surface de 20700 m^2 (aire tramée) et le périmètre de la base carrée de la pyramide mesure 920 m.

a) Calcule la hauteur de la pyramide.



$$AB = \frac{920}{4} = 230 \text{ m}$$

$$\text{Aire}_{\Delta BCE} = \frac{B \cdot h}{2}$$

$$20'700 = \frac{230 \cdot SH}{2}$$

$$SH = \frac{2 \cdot 20700}{230} = 180 \text{ m}$$

La pyramide est composée de blocs de pierre calcaire dont la masse volumique est de 2,2 kg/dm^3.

b) Calcule le nombre de camions d'une charge de 40 tonnes qu'il faudrait pour transporter tous ces blocs de pierres.

c) Calcule la pente du rayon du soleil. Donne le résultat en %.

AB = 230 m SH = HE = 180 m

Théorème de Pythagore

$SO^2 = SH^2 - DH^2$ $SO^2 = 180^2 - 115^2$ SO= 138,47 m

la hauteur de la pyramide est de 138,47 m

$$\text{Volume pyramide : } \frac{B \cdot h}{3} = \frac{230^2 \cdot 138{,}47}{3} = 2441755{,}1 \text{ m}^3$$

$$\text{Masse : } 2{,}2 \cdot 2441755{,}1 = 5371861{,}\overline{2} \text{ kg}$$

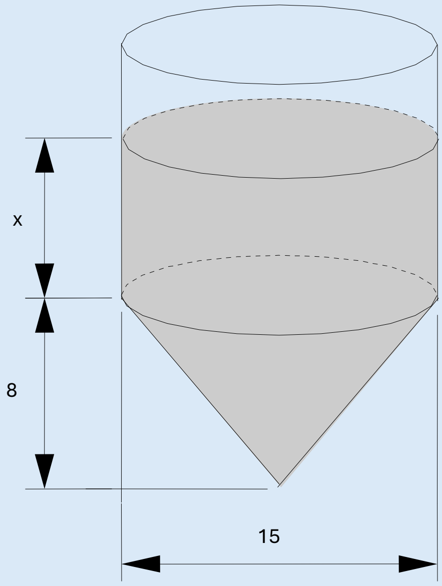
$$\text{Nombre de camions. } \frac{5371861{,}\overline{2}}{40'000} = 14.297 \text{ donc 15 camions}$$

$$\text{Pente : } \frac{138{,}47}{(115 + 180)} = 46{,}94$$

Exercice 5

Calcule le niveau x de l'eau dans le cylindre, lorsqu'on a versé 1 litre d'eau dans ce récipient à base conique.

Mesures en cm



1l = 1dm^3 = 1000 cm^3

Volume du récipient :

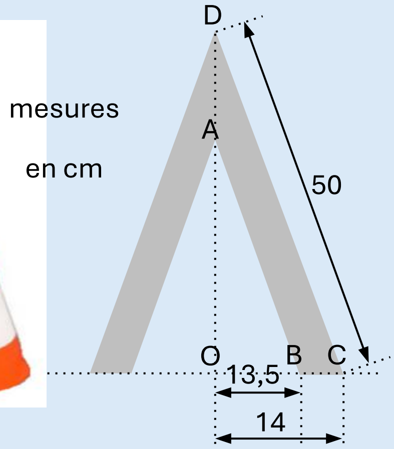
$$\pi \cdot r^2 \cdot h_1 + \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h_2}{3} = \pi \cdot 7{,}5^2 \cdot x + \frac{\pi \cdot 7{,}5^2 \cdot 8}{3}$$

$$\frac{1000 - \frac{\pi \cdot 7{,}5^2 \cdot 8}{3}}{\pi \cdot 7{,}5^2} = x$$

x = 2,99

Exercice 6

Une entreprise doit fabriquer par moulage 5000 cônes de marquage de route ; ils sont creux et en plastique. Voici une photo et un croquis représentant une coupe par le milieu du cône.
Combien l'entreprise doit-elle acheter de kg de plastique pour réaliser ces 5000 cônes ?
Masse volumique du plastique :1,35 kg/dm^3



Théorème de Pythagore Δ ODC

$OD^2 = DC^2 - OC^2$

$OD^2 = 50^2 - 14^2$

$OD = 48$ cm

Vgrand cône : $\dfrac{\pi \cdot r_1^2 \cdot h_1}{3} = \dfrac{\pi \cdot 14^2 \cdot 48}{3} = 9852{,}03 \text{ cm}^3$

Vpetit cône : $\dfrac{\pi \cdot r_2^2 \cdot h_2}{3} = \dfrac{\pi \cdot 13{,}5^2 \cdot h_2}{3}$

Pour calculer $h_2 = OA$, Théorème de Thalès

$\dfrac{OB}{OC} = \dfrac{OA}{OD} = \dfrac{AB}{AC}$

$\dfrac{13{,}5}{14} = \dfrac{OA}{48} = \dfrac{AB}{50}$

$OA = \dfrac{48 \cdot 13{,}5}{14} = 46{,}29$ cm

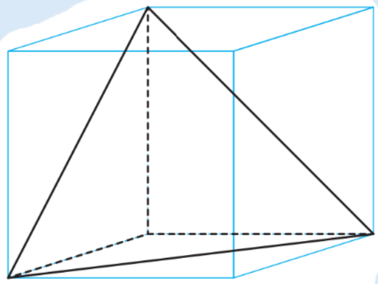
Vpetit cône : $\dfrac{\pi \cdot 13{,}5^2 \cdot h_2}{3} = \dfrac{\pi \cdot 13{,}5^2 \cdot 46{,}29}{3} = 8833{,}71\text{cm}^3$

Vplastique : $9852{,}03 - 8833{,}71 = 1018{,}32 \text{ cm}^3 = 1{,}0183 \text{ dm}^3$

Masse plastique : $1{,}35 \cdot 1{,}0183 \cdot 5000$ = 6'873,69 kg

Exercice 7

Dessine un développement la pyramide suivante à l'échelle 1 : 1.
Elle est située à l'intérieur d'un cube de 5 cm d'arête. Les sommets de la pyramide sont situés sur l'un des sommets du cube.



Par théorème de Pythagore

Diagonale = $\sqrt{5^2+5^2}$ = 7,07