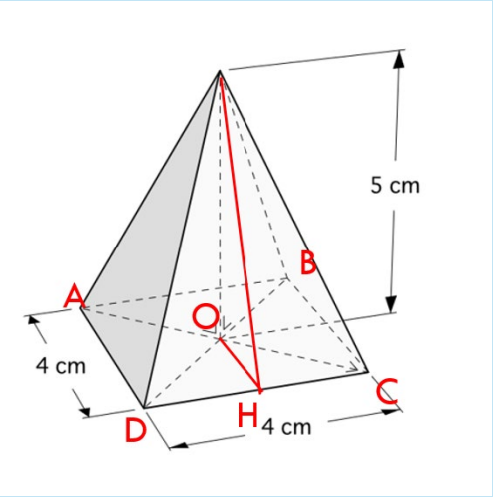
EXERCICES D'ENTRAÎNEMENT

Exercice 1.1

Calcule le volume et l'aire totale de cette pyramide.



Fais ensuite la construction de son développement à la règle et au compas.

$V_{pyramide} = \frac{B \cdot h}{3} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 5}{3} = 26{,}6 \text{ cm}^3$

Th de Pythagore : $AC^2 = 4^2 + 4^2$

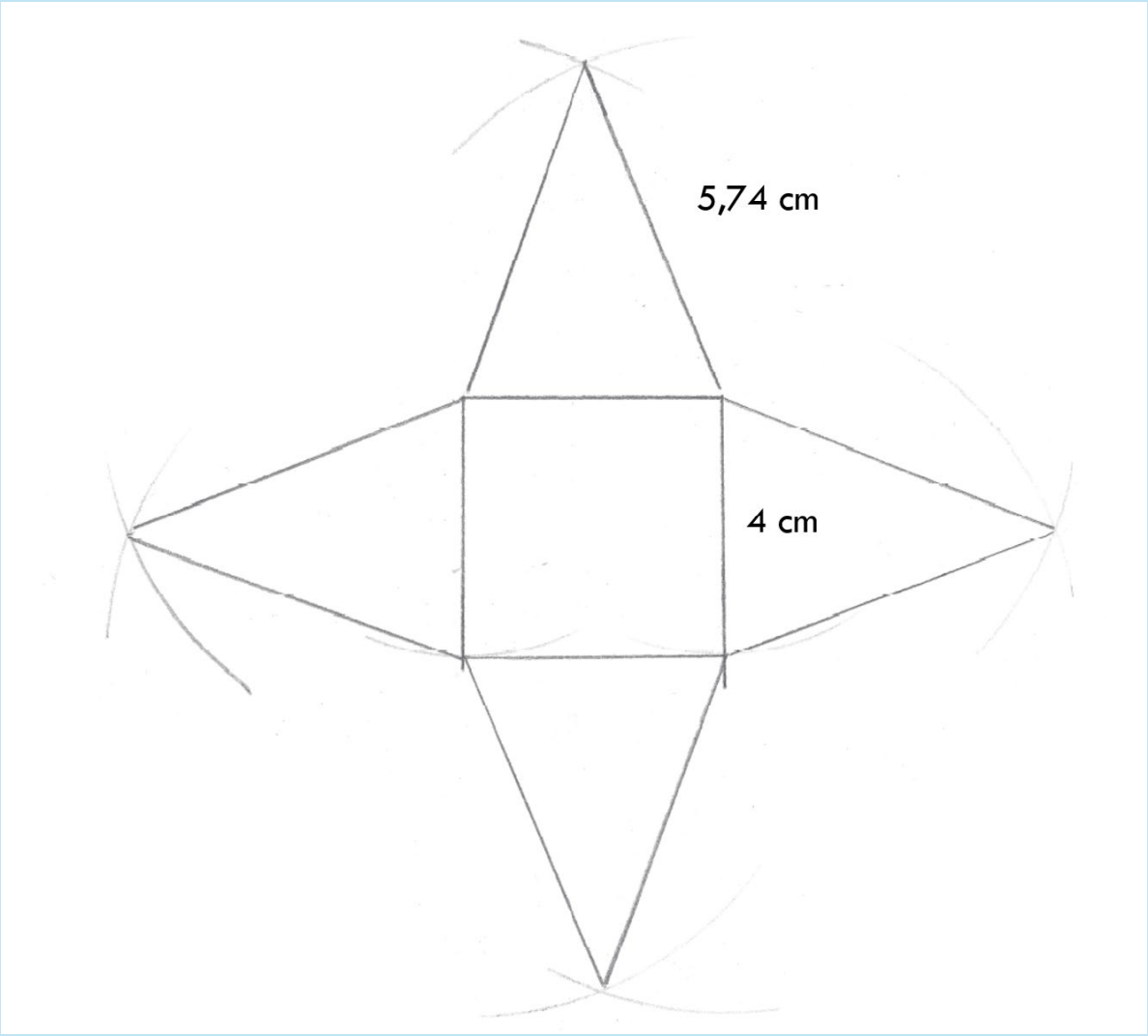
$AC = 5{,}66$ cm $\qquad AO = \frac{5{,}66}{2} = 2{,}83$ cm

Th de Pythagore : $SA^2 = 5^2 + 2{,}83^2 \quad \Rightarrow SA = 5{,}74$ cm

$SH^2 = 5{,}74^2 - 2^2 \quad \Rightarrow SH = 5{,}38$ cm

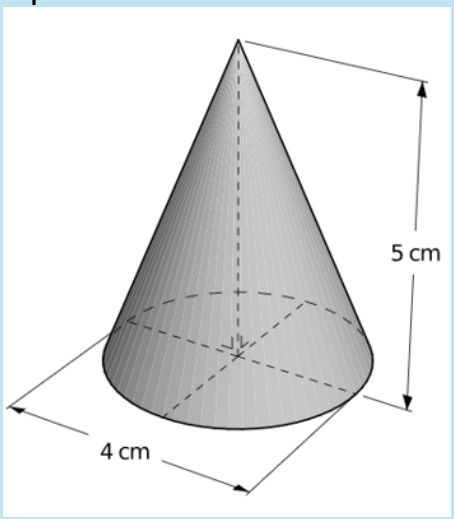
Aire Δ SDC $= \frac{4 \cdot 5{,}38}{2} = 10{,}76 \text{ cm}^2$

Aire totale $= 4 \cdot 10{,}76 + 16 = 59{,}04 \text{ cm}^2$



Exercice 1.2

Calcule le volume de ce cône de révolution et fais un croquis de son développement.



$$\text{Volume cône} = \frac{B \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 2^2 \cdot 5}{3} = 20{,}94 \text{ cm}^3$$

Circonférence : $2\pi r = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$

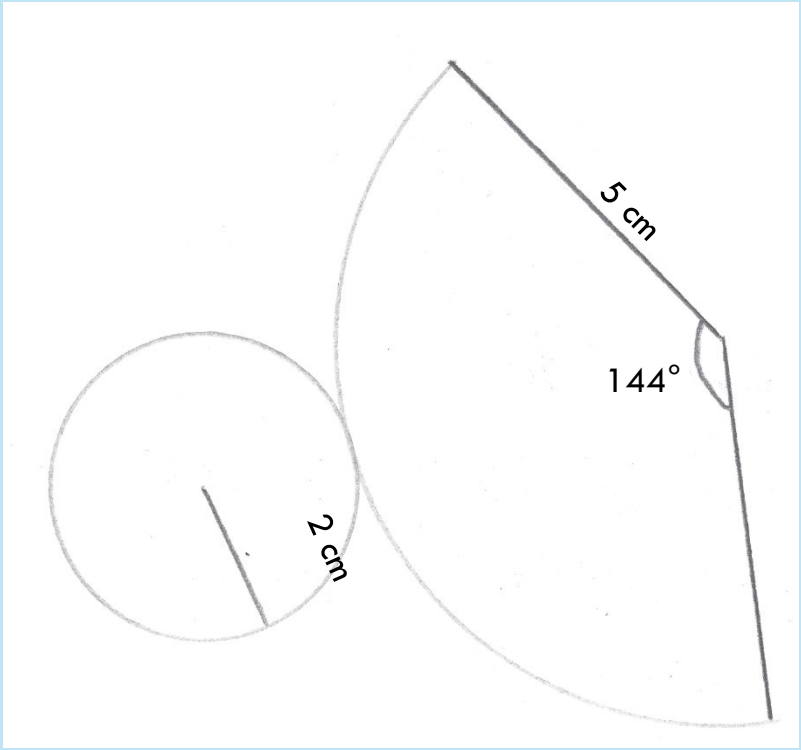
$$\text{Arc} = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360}$$

Arc = Circonférence

$$4\pi = 10\pi \cdot \frac{\alpha}{360}$$

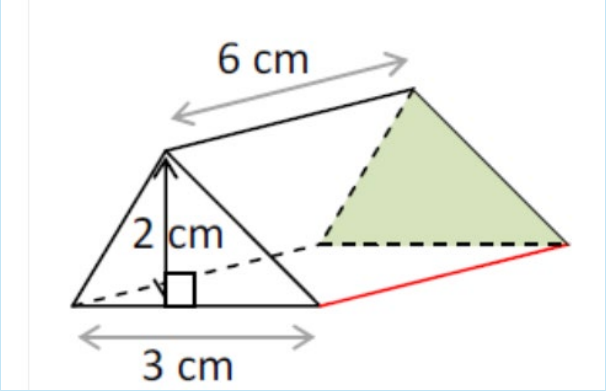
$$\frac{4\pi}{10\pi} = \frac{\alpha}{360}$$

$\alpha = 144°$



Exercice 1.3

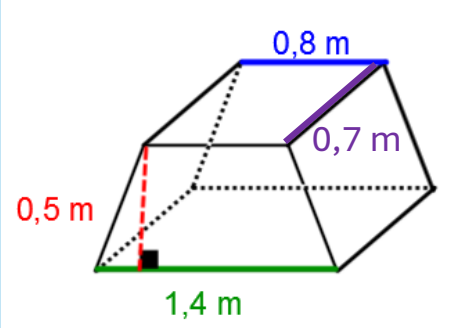
Voici le dessin d'un prisme droit. Calcule son volume. (indique sur le dessin les angles droits).



Volume prisme = B · h Volume $= \frac{3 \cdot 2}{2} \cdot 6 = 18$ cm³

Exercice 1.4

Voici le dessin d'un prisme droit. Calcule son volume. (Indique sur le dessin les angles droits).

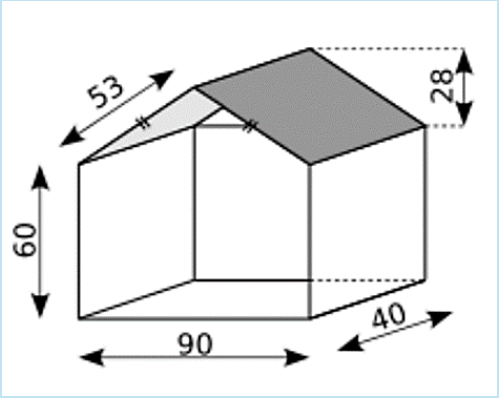


Volume prisme = B · h

Volume $= \frac{1{,}4 + 0{,}8}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}7 = 0{,}385$ m³

Exercice 1.5

On souhaite construire la maison de poupée dont la représentation en perspective cavalière est donnée ci-contre, avec toutes les longueurs données en centimètres. Sachant que le contre-plaqué choisi coûte 28,90 frs le m², calculer le montant de la dépense.
Remarque : Il n'y pas de façade sur le devant !



$90 \cdot 40 = 3600$

$2 \cdot 40 \cdot 60 = 4800$

$90 \cdot 60 = 5400$

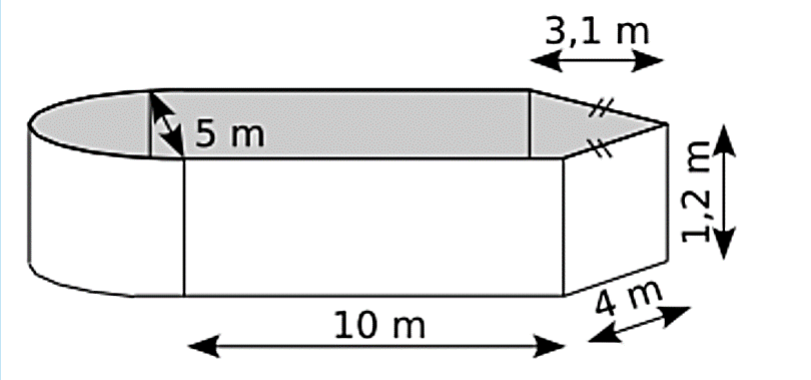
$2 \cdot 53 \cdot 40 = 4240$

$\frac{90 \cdot 28}{2} = 1260$

Total : 19300 $cm^2 = 1{,}93 m^2$ $\quad 1{,}93 \cdot 28{,}9 = 55{,}78$ frs

Exercice 1.6

Sachant que l'eau coûte environ 3 frs le mètre cube, combien coûtera le remplissage de la piscine représentée ci-dessous, aux $\frac{5}{6}$ de sa hauteur?



Volume total : $\frac{1}{2}$ cylindre + pave + prisme

$\frac{5}{6} \cdot 1{,}2 = 1$

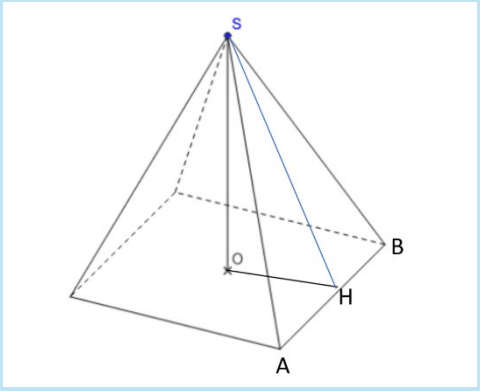
$\frac{1}{2} \cdot \pi\, 2{,}5^2 \cdot 1 + 10 \cdot 5 \cdot 1 + \frac{5 \cdot 3{,}1}{2} \cdot 1 = 9{,}82 + 50 + 7{,}75 = 67{,}57\ m^3$

$67{,}57 \cdot 3 = 202{,}7$ frs

Exercice 1.7

Le volume d'une pyramide régulière est de 1296 cm³. Sa base est un carré dont le côté mesure 9 cm. Calculer son aire latérale.

Fais un croquis.



$$\text{Volume pyramide} = \frac{B \cdot h}{3}$$

$$1296 = \frac{9^2 \cdot SO}{3}$$

$$SO = \frac{3 \cdot 1296}{81} = 48 \text{ cm}$$

Par th de Pythagore

$$SH^2 = 48^2 + 4{,}5^2$$

$$SH = 48{,}2 \text{ cm}$$

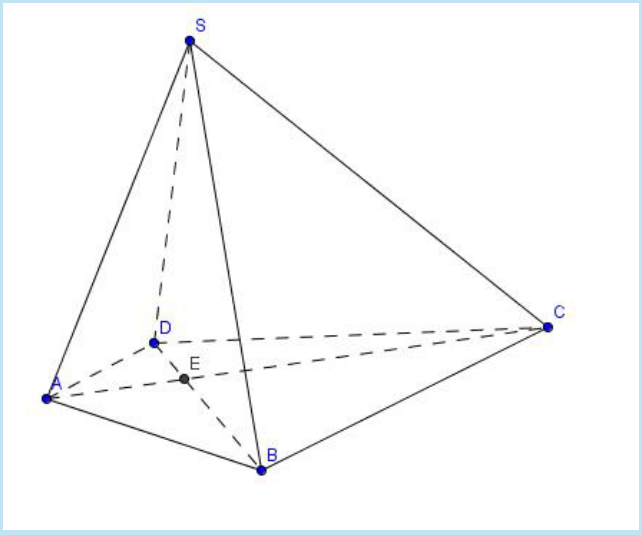
$$\text{Aire latérale : } 4 \cdot \frac{9 \cdot 48{,}2}{2} = 867{,}6 \text{ cm}^2$$

Exercice 1.8

Calcule le volume d'une pyramide dont la base est un trapèze et dont la hauteur mesure 15 cm.

Dimensions du trapèze : bases 7 cm et 9 cm, hauteur 5 cm

Fais un croquis.



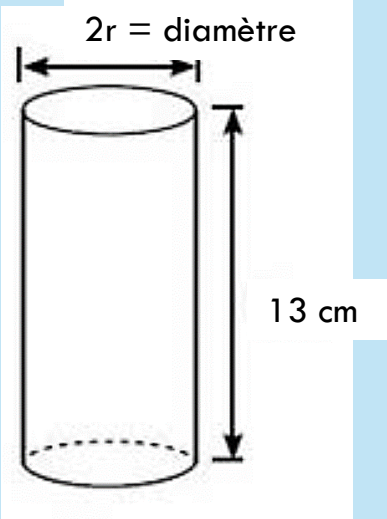
$$\text{Aire du trapèze ABCD : } \frac{7+9}{2} \cdot 5 = 40 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume pyramide : } \frac{40 \cdot 15}{3} = 200 \text{ cm}^3$$

Exercice 1.9

Calcule le diamètre d'un cylindre de révolution sachant que son volume est de 2600 cm^3 et que sa hauteur mesure 13 cm.

Fais un croquis.



Volume = $\pi r^2 \cdot h$

$2600 = \pi r^2 \cdot 13$

$r^2 = \frac{2600}{13\pi}$

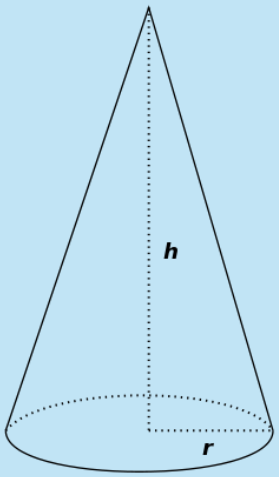
$r = \sqrt{\frac{2600}{13\pi}} = 7{,}98$

Diamètre = 15,96 cm

Exercice 1.10

Quelle est la hauteur d'un cône de révolution dont le volume est de 471 cm^3 et dont le rayon de la base mesure 5 cm ?

Fais un croquis.



$$\text{Volume cône} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$$

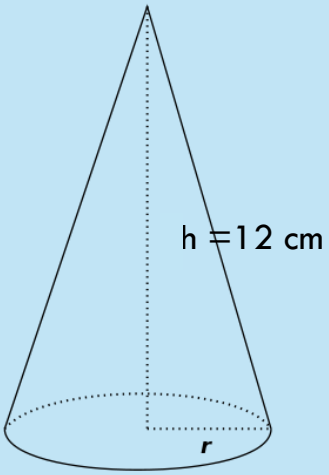
$$471 = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot h}{3}$$

$$h = \frac{3 \cdot 471}{\pi \cdot 5^2} = 17{,}99 \text{ cm}$$

Exercice 1.11

Calculer le volume d'un cône sachant que sa hauteur mesure 12 cm et que sa base a un périmètre de 34.5 cm.

Fais un croquis.



$$\text{Périmètre} = 2\pi r$$

$$34{,}5 = 2\pi r$$

$$r = \frac{34{,}5}{2\pi} = 5{,}49 \text{ cm}$$

$$\text{Volume cône} = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 5{,}49^2 \cdot 12}{3} =$$

$$378{,}75 \text{ cm}^3$$

Exercice 1.12

Une boule a un rayon de 3 cm. Calculer son volume et son aire.

$$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \qquad V = \frac{4}{3}\pi \cdot 3^3 = 113{,}1 \text{ cm}^3$$

$$\text{Aire sphère} = 4\,\pi \cdot r^2 = 4\,\pi \cdot 3^2 = 113{,}1 \text{ cm}^2$$

Exercice 1.13

Calculer le volume d'une boule sachant que son aire vaut 100 cm^2.

$V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ Aire sphère $= 4\pi \cdot r^2 = 100$

$r^2 = \frac{100}{4\pi}$ $r = 2{,}82$ cm

Volume $= \frac{4}{3}\pi \cdot 2{,}82^3 = 93{,}94\ cm^3$

Exercice 1.14

Calculer l'aire d'une boule sachant que son volume vaut 1000 cm^3.

Volume $= \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ $1000 = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$

$r^3 = \frac{3 \cdot 1000}{4\pi}$ $r = 6{,}2$ cm

Aire sphère $= 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot 6{,}2^2 = 483{,}05\ cm^2$

Exercice 1.15

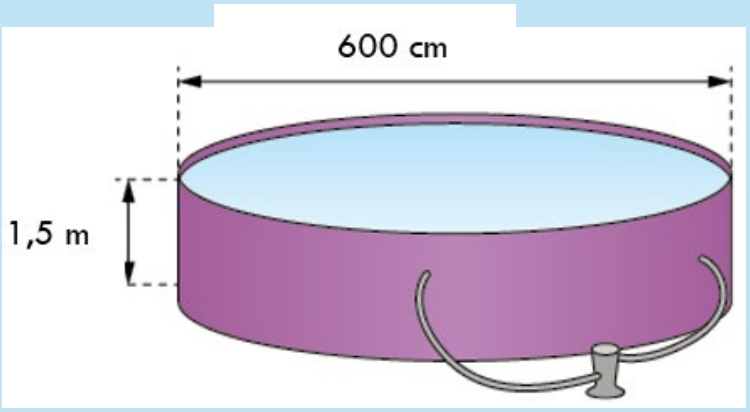
Le marchant de pop-corns a remplacé ses emballages cylindriques par des emballages coniques, de même hauteur et de même rayon. Quel prix le marchand devrait-il indiquer sur le second emballage ?

Coût : $\frac{5{,}5}{3} = 1{,}83$ frs

Exercice 1.16

Quel volume d'eau cette piscine cylindrique peut-elle contenir ?

Quel est le diamètre d'une piscine de même profondeur pouvant contenir le double d'eau ?



Volume $= \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 1{,}5 = 42{,}41\ m^3$

Volume $= 2 \cdot 42{,}41 = 84{,}82\ m^3$

$84{,}82 = \pi \cdot r^2 \cdot 1{,}5$

$r^2 = \dfrac{84{,}82}{1{,}5\pi}$

$r = 4{,}24$ m

diamètre$= 8{,}49$ m

Exercice 1.17

Un vase cylindrique en verre a des parois et un fond de 5 mm d'épaisseur. Son diamètre extérieur est 12 cm et sa hauteur 23.5 cm.

Quel volume d'eau peut-il contenir ?

Diamètre intérieur ; $12 - 1 = 11$ cm

Hauteur $= 23{,}5 - 0{,}5 = 23$ cm

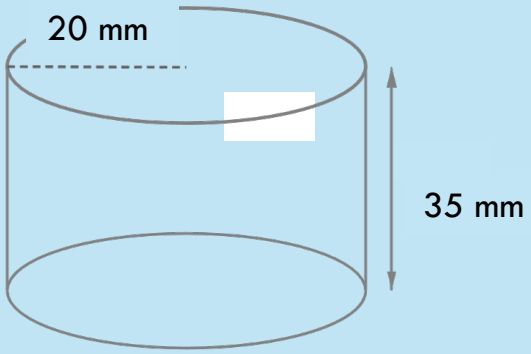
Volume $= \pi \cdot r^2 \cdot h$

Volume $= \pi \cdot 5{,}5^2 \cdot 23 = 2185{,}76\ cm^3$

Exercice 1.18

Calculer le volume d'un cylindre circulaire droit de 20 mm de rayon et de 35 mm de hauteur.

Calculer également son aire latérale et son aire totale.



Volume $= \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 20^2 \cdot 35 = 43982{,}3\ mm^3 = 43{,}98\ cm^3$

Aire latérale : $2\pi \cdot r \cdot h = : 2\pi \cdot 2 \cdot 3{,}5 = 43{,}98\ cm^2$

Aire totale : $2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 2^2 + 2\pi \cdot 2 \cdot 3{,}5 = 69{,}11\ cm^2$

Exercice 1.19

Ce gratte-ciel a un volume de $1{,}44 \cdot 10^6\ m^3$ et une base carrée de 60 m de côté. Un ascenseur transporte les visiteurs en 58 secondes vers la terrasse qui se situe au sommet du bâtiment.

Calcule la vitesse de l'ascenseur en km/h.

Volume = base · h

$$h = \frac{1{,}44 \cdot 10^6}{60^2} = 400\ m$$

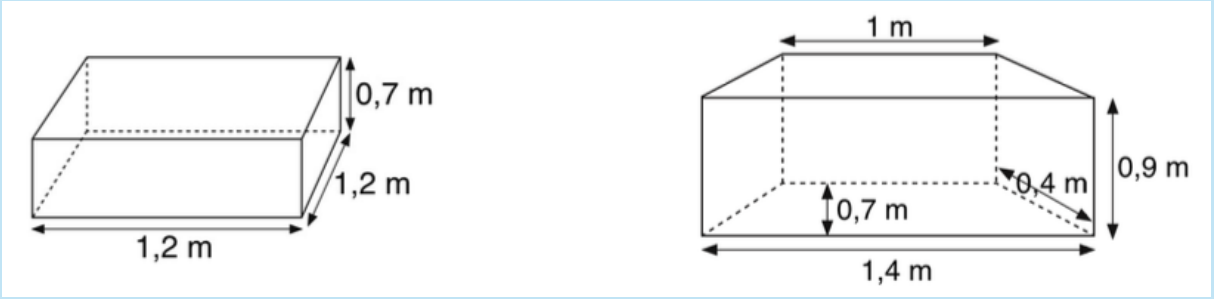
$$\frac{0{,}4}{58} = \frac{x}{3600\ sec}$$

$$Vitesse = \frac{0{,}4 \cdot 3600}{58} = 24{,}83\ km/h$$

Exercice 1.20

Le bloc de pierre illustré ci-dessous est un pavé droit et a une masse de 2520 kg.

Calcule la masse de l'autre bloc de pierre qui est un prisme droit à base trapézoïdale.



V_1 V_2

$V_1 = 1{,}2 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}7 = 1{,}008\ m^3$

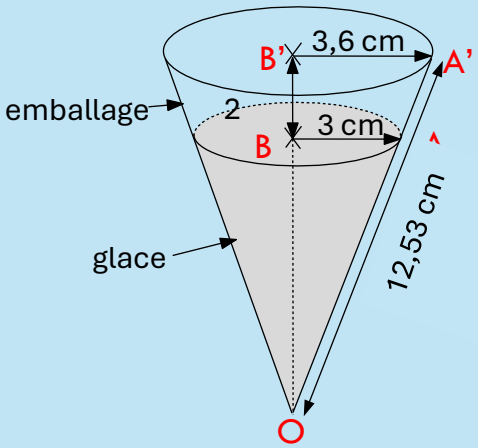
$Mv = \frac{m}{v} = \frac{2520}{1{,}008} = 2500\ kg/m^3$

$V_2 = \frac{1 + 1{,}4}{2} \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}9 = 0{,}756\ m^3$

$masse = Mv \cdot V = 2500 \cdot 0{,}756 = 1890\ kg$

Exercice 1.21

Voici le croquis d'un cornet glacé conique. Il est rempli à 2 cm du bord supérieur de l'emballage, calcule le volume de glace qu'il contient.
Exprime ce volume en ml.



Th de Thalès

$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{AB}{A'B'}$ $\frac{OA}{12{,}53} = \frac{OB}{OB'} = \frac{3}{3{,}6}$

$OA = \frac{3 \cdot 12{,}53}{3{,}6} = 10{,}44$

Th de Pythagore

$OB^2 = 10{,}44^2 - 3^2$

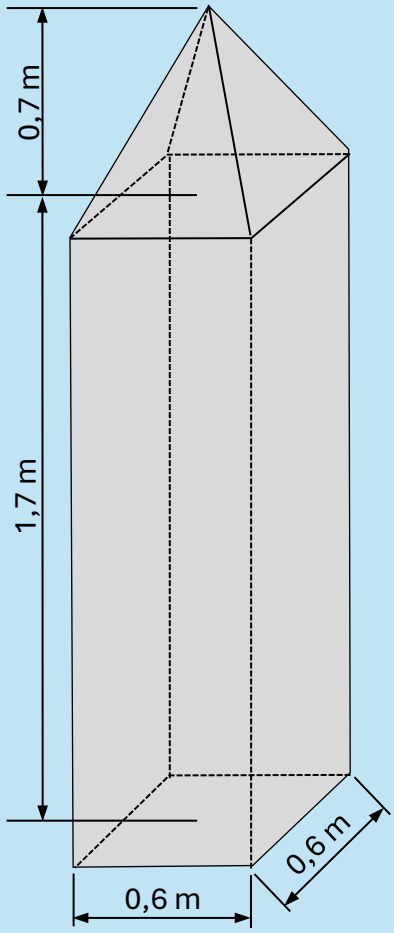
$OB = 10$

$Volume = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 10}{3} = 94{,}25\ cm^3 \cong$ 94,25 ml

Exercice 1.22

Calcule la masse de ce pilier à base carrée.

(Masse volumique du marbre : 2,5 kg/dm³.)



Volume pave + Volume pyramide :

$$0{,}6^2 \cdot 1{,}7 + \frac{0{,}6^2 \cdot 0{,}7}{3} = 0{,}612 + 0{,}084 =$$

$0{,}696\ m^3 = 696\ dm^3$

masse = 2,5 · 696 = 1740 kg

Exercice 1.23

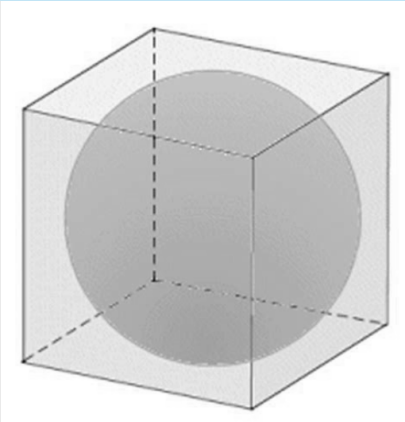
Il faut ranger une boule de cristal de 5 cm de rayon dans un coffret cubique de 10 cm de côté. La boule touche donc toutes les faces du cube !

La boule n'occupe pas tout le volume du coffret, il y a de l'espace vide. Calcule le volume de ce vide.

Volume cube : $10^3 = 1000\ cm^3$

Volume sphère : $\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 5^3 = 523{,}6\ cm^3$

Volume vide : $1000 - 523{,}6 = 476{,}4\ cm^3$

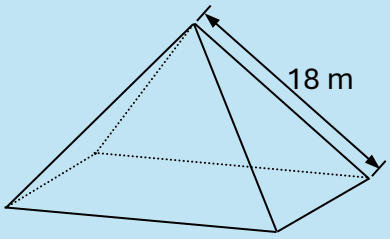


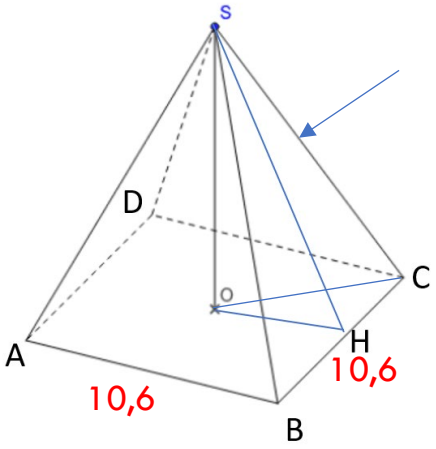
Exercice 1.24

La pyramide du Louvre a une base carrée de 10,6 m de côté et possède une arête latérale de 18 m.

a) Calcule le volume intérieur de cette pyramide.

b) Calcule la pente d'une face en % (= pente de l'apothème de la pyramide).





SC = 18 m

Par th de Pythagore :

$AC^2 = 10{,}6^2 + 10{,}6^2$

$\Rightarrow AC = 14{,}99$

$OC = \frac{AC}{2} = \frac{14{,}99}{2} = 7{,}495$

$SO^2 = 18^2 - 7{,}495^2$

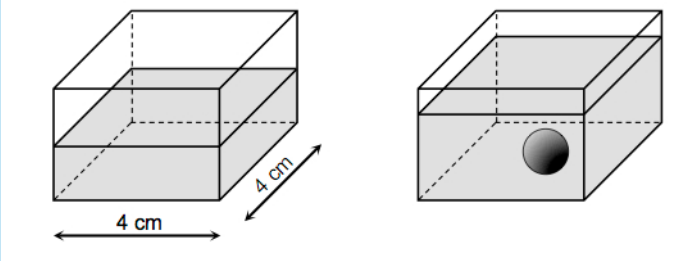
$\Rightarrow SO = 16{,}37$ m

Volume pyramide $= \frac{10{,}6^2 \cdot 16{,}37}{3} = 613{,}11\ m^3$

Pente : $\frac{SO}{OH} = \frac{16{,}37}{5{,}3} = 3{,}09 = 308{,}87\%$

Exercice 1.25

On place une bille d'acier de 1,5 cm de rayon dans une boîte qui a la forme d'un pavé droit et qui contient de l'eau. La bille est alors complètement immergée. De quelle hauteur monte alors le niveau de l'eau ?



Volume de la bille :

$$\frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 1{,}5^3 = 14{,}14 \text{ cm}^3$$

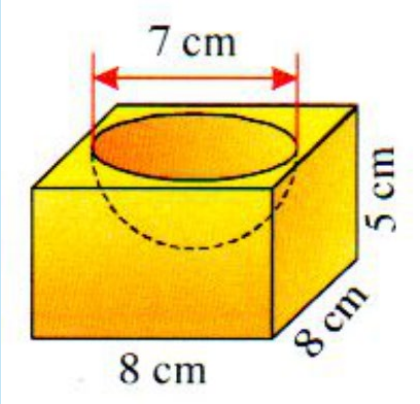
Volume eau déplacée (pavé droit) = volume de la bille

$$4 \cdot 4 \cdot h = 14{,}14 \text{ cm}^3$$

$$h = \frac{14{,}14}{4 \cdot 4} = 0{,}88 \text{ cm}$$

Exercice 1.26

Calcule la masse de cette pièce en liège (parallélépipède rectangle avec un trou hémisphérique), en sachant que la masse volumique du liège est de 250 g/dm³.



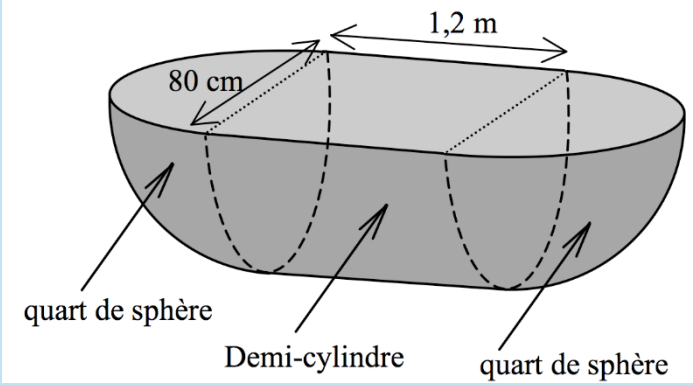
Volume du pave – volume demi sphère :

$$8 \cdot 8 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 3{,}5^3 = 320 - 89{,}8 = 230{,}2 \text{ cm}^3 = 0{,}2302 \text{ dm}^3$$

Masse = Mv · Volume = 250 · 0;2302 = 57,55 g

Exercice 1.27

Combien d'arrosoirs de 15 litres faut-il pour remplir ce bassin en acier ?



Volume demi sphère + volume demi cylindre :

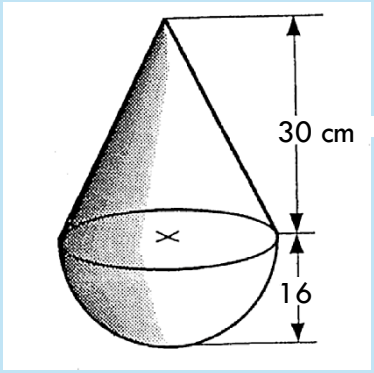
$$\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot 40^3+\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot 40^2\cdot 120 = 134'041{,}29 + 301592{,}89 = 435'634{,}18\ \text{cm}^3$$

$$= 435{,}63\ \text{dm}^3 = 435{,}63\ \text{litres}$$

$$\frac{435{,}63}{15} = 29{,}04$$ donc il faudra 30 arrosoirs

Exercice 1.28

Voici une bouée servant à attacher les bateaux. Calcule son volume.

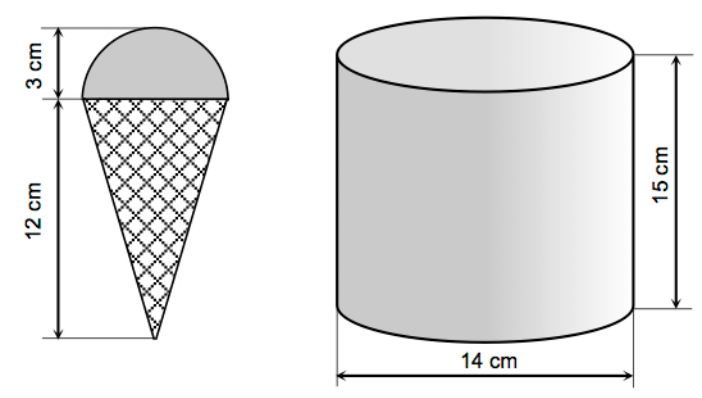


Volume demi sphère + volume cône :

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\pi\cdot 16^3+\frac{\pi\cdot 16^2\cdot 30}{3} = 8578{,}64 + 8042{,}48 = 16'621{,}12\ \text{cm}^3$$

Exercice 1.29

Un cornet de glace est constitué d'un cône qu'on suppose totalement rempli surmonté d'une demi-sphère. Le pot de glace, cylindrique, est plein. Combien peut-on préparer de cornets?



Volume du cône : $\frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 3^2 \cdot 12}{3} = 113{,}1\ cm^3$

Volume ½ sphère : $\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 56{,}55\ cm^3$

Volume du cornet : $113{,}1 + 56{,}55 = 169{,}65\ cm^3$

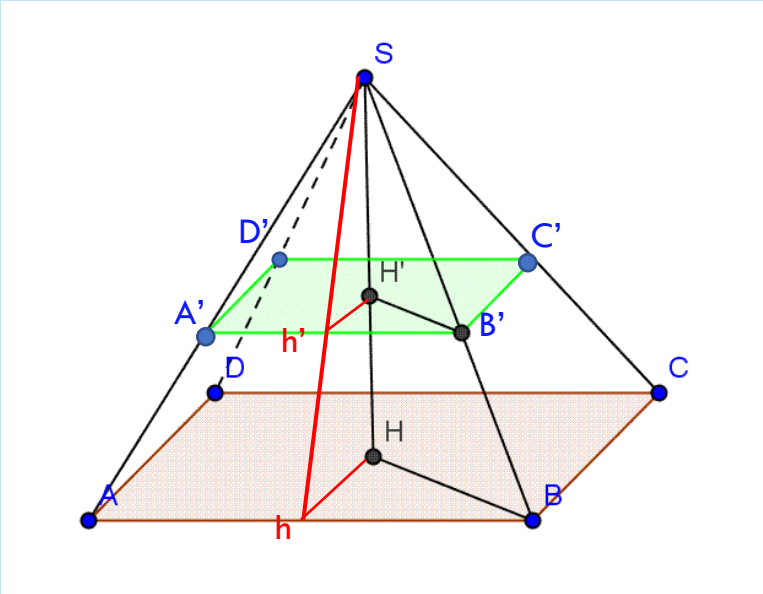
Volume pot de glace : $\pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 7^2 \cdot 15 = 2309{,}07\ cm^3$

Nombre de cornets : $\frac{2309{,}07}{169{,}65} = 13{,}61 cm^3$

Il est possible de préparer 13 cornets

Exercice 1.30

Soit la pyramide régulière SABCD dont la base est un carré. On enlève la pyramide régulière SA'B'C'D'.
Calcule le volume du solide restant sachant que :
AB= 24 cm, SA = 27 cm et SA' = 9 cm.



$\frac{SA'}{SA} = \frac{SH'}{SH} = \frac{A'H'}{AH}$ $\quad \frac{9}{27} = \frac{SH'}{SH} = \frac{A'H'}{AH}$

$AC^2 = 24^2 + 24^2$ $\quad AC \cong 33{,}94$ cm $\quad AH \cong 16{,}97$ cm

$\frac{9}{27} = \frac{SH'}{SH} = \frac{A'H'}{16{,}97}$ $\quad A'H' = \frac{16{,}97 \cdot 9}{27} = 5{,}66$ cm

$SH'^2 = 9^2 - 5.66^2$ $\quad \Rightarrow SH' = 7$ cm

$SH^2 = 27^2 - 16{,}97^2$ $\quad \Rightarrow SH = 21$ cm

$\frac{SH'}{SH} = \frac{Sh'}{Sh} = \frac{H'h'}{Hh}$ $\quad Sh';Sh = \frac{7}{21} = \frac{H'h'}{12}$ $\quad H'h' = \frac{12 \cdot 7}{21} = 4$ cm

$\frac{SA'}{SA} = \frac{SH'}{SH} = \frac{A'H'}{AH}$

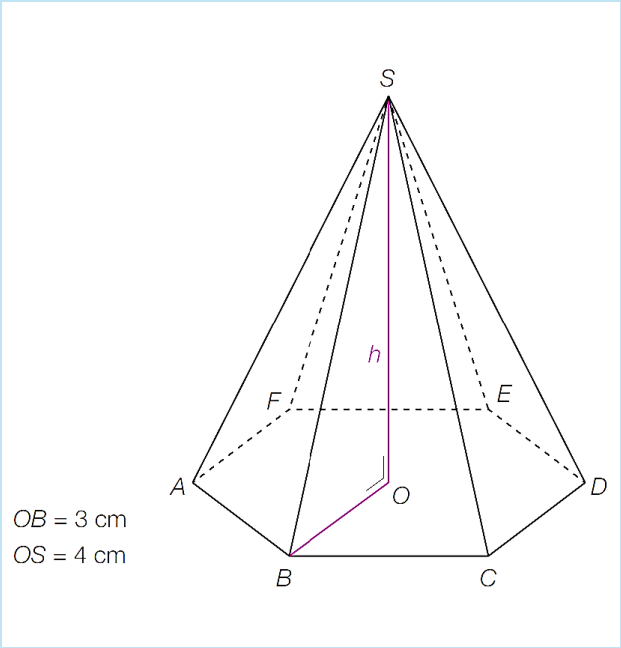
$\frac{9}{27} = \frac{7}{21} = \frac{A'H'}{12}$ $\quad A'H' = \frac{12 \cdot 7}{21} = 4$ cm $\quad \Rightarrow$ A'B' = 8 cm

Volume $= \frac{1}{3} \cdot 24^2 \cdot 21 - \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 7 \cong 4032 - \frac{448}{3} = 3882,\overline{6}$ cm^3

(plusieurs démarches…)

Exercice 1.31

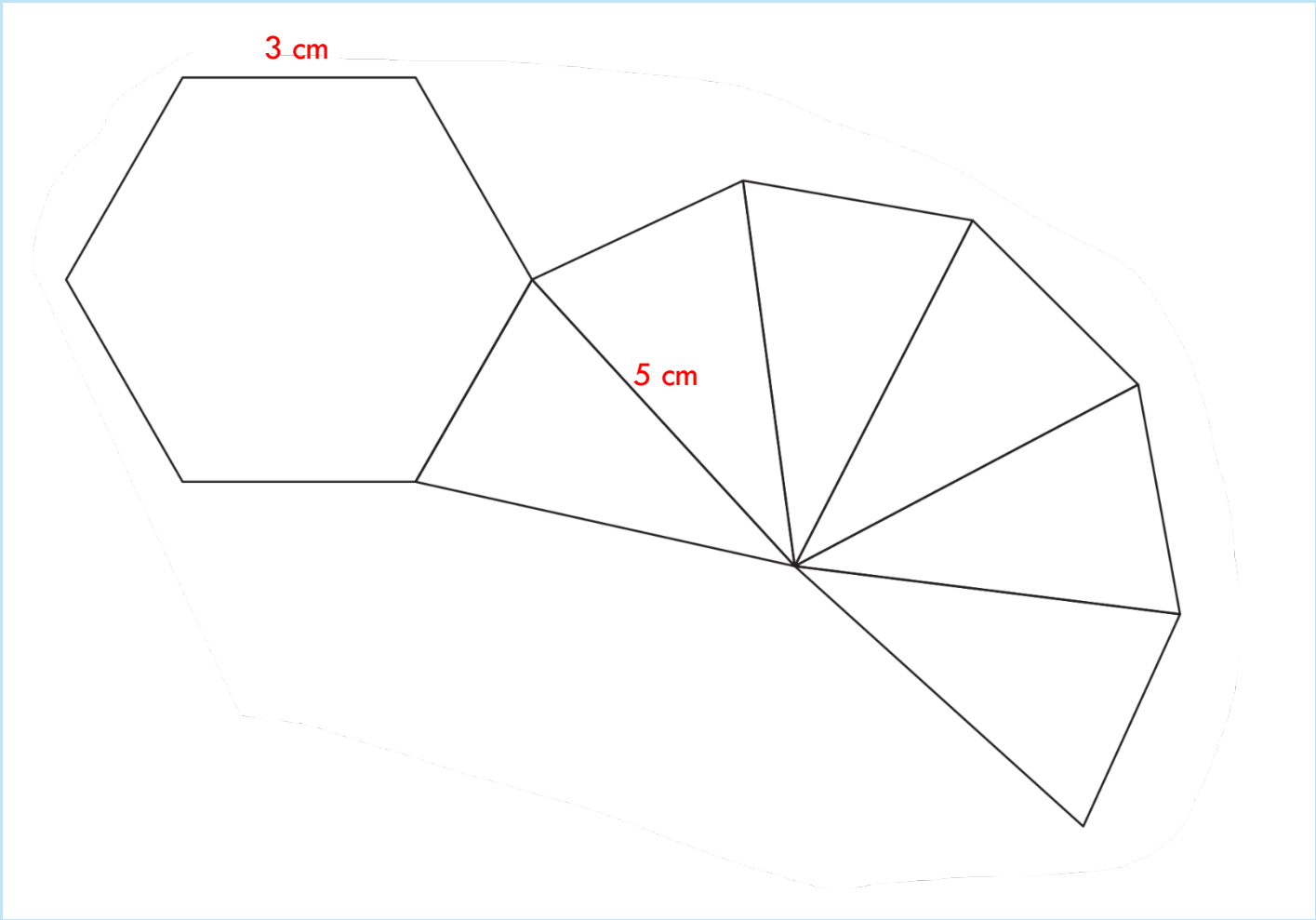
Construis un développement de la pyramide régulière ci-contre.



Par théorème de Pythagore

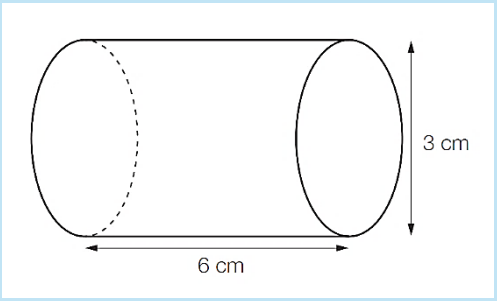
$SB = \sqrt{3^2+4^2} = 5$

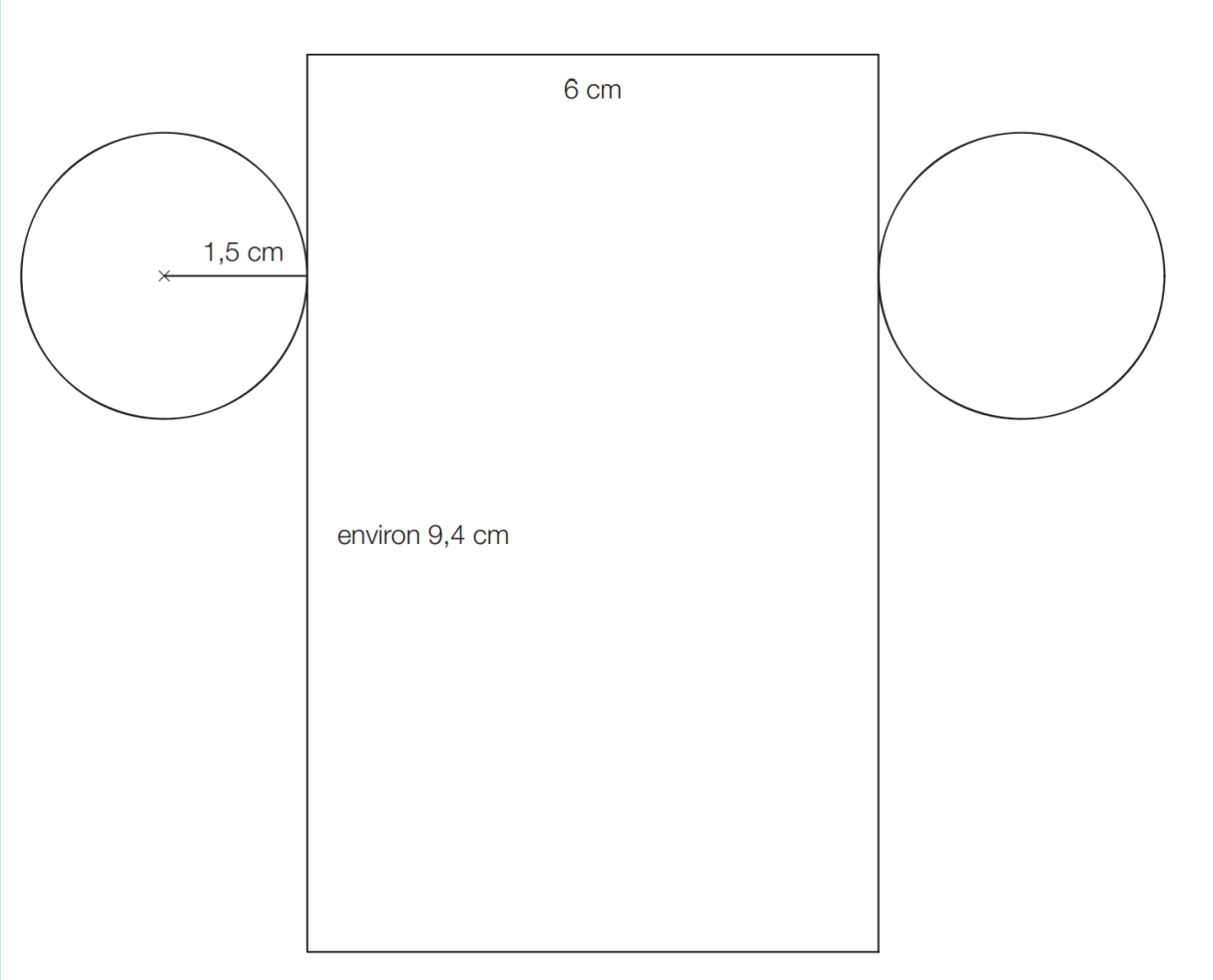
OB = OC = BC = 3 cm



Exercice 1.32

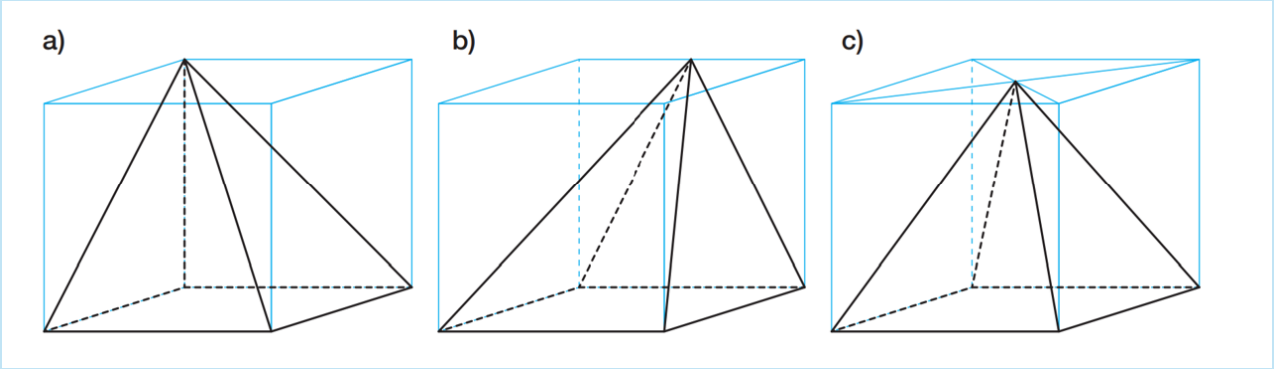
Construis le développement de ce cylindre.



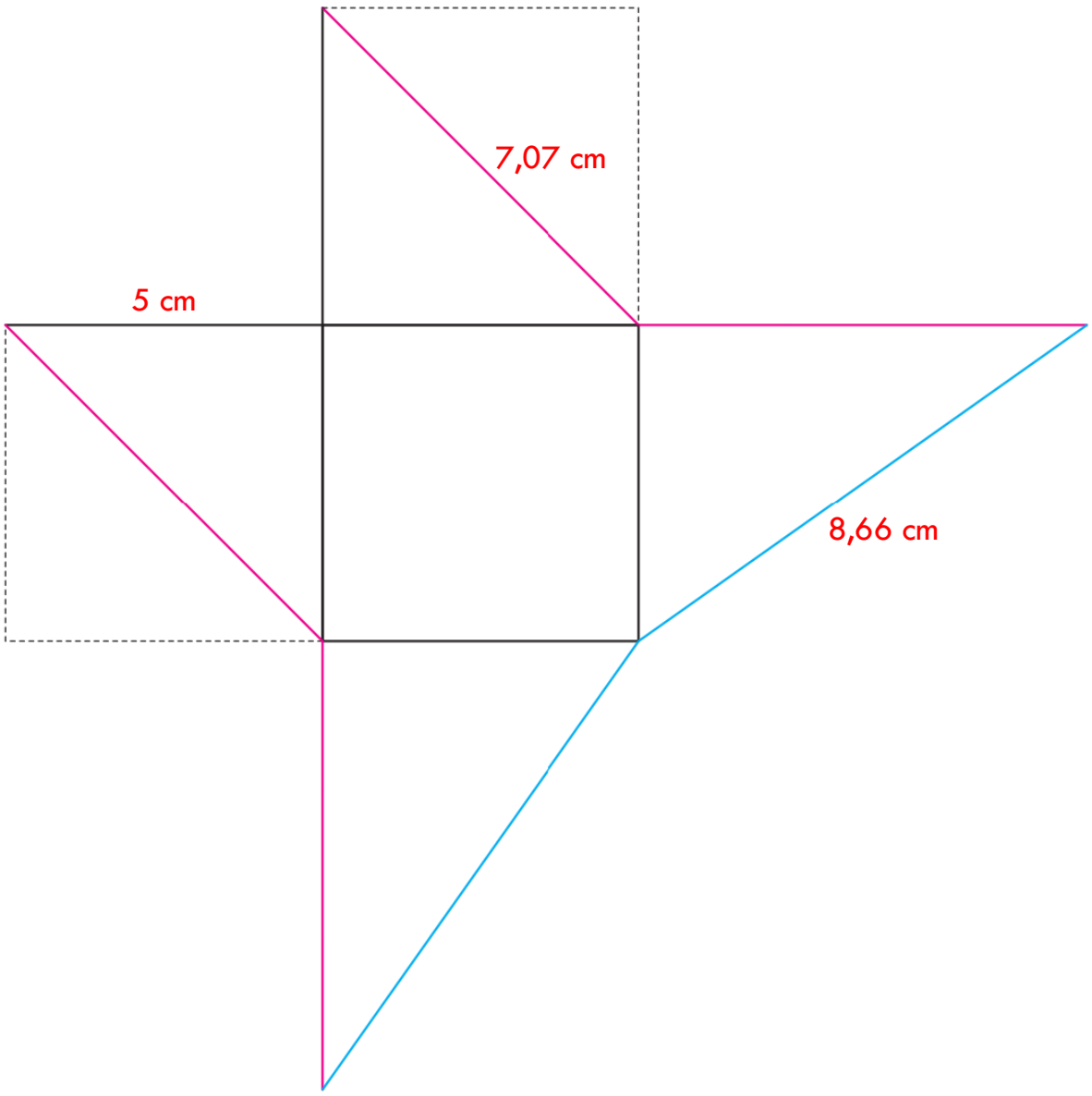


Exercice 1.33

Dessine un développement de chacune des pyramides suivantes. Chacune est située à l'intérieur d'un cube de 5 cm d'arête. Les sommets des pyramides sont situés soit sur l'un des sommets du cube, soit au milieu d'une de ses arêtes, soit au centre d'une de ses faces.



a)

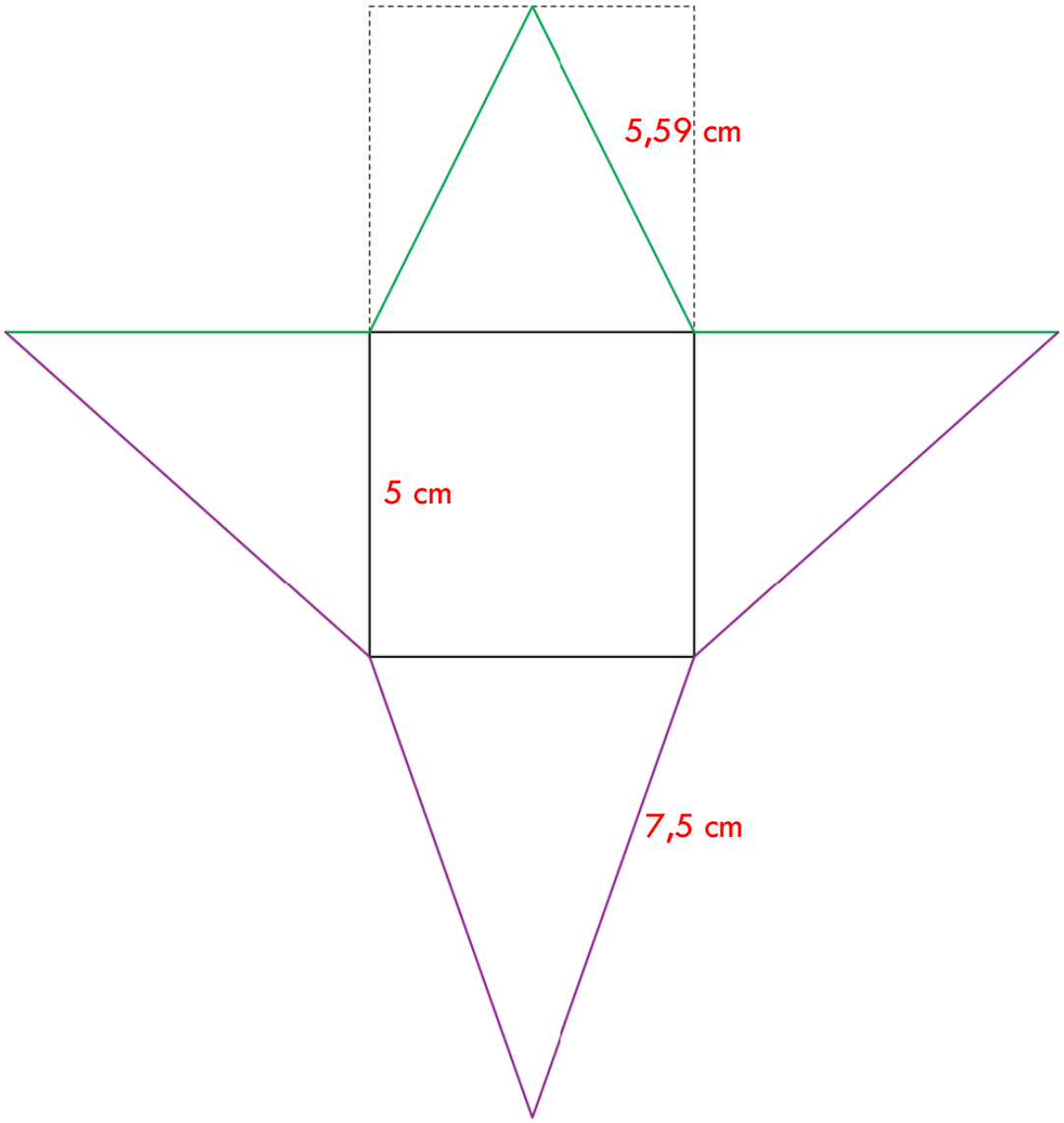


Par théorème de Pythagore

Diagonale 1 = $\sqrt{5^2+5^2}$ = 7,07 cm

Diagonale 2 = $\sqrt{5^2+50}$= 8,66 cm

b)

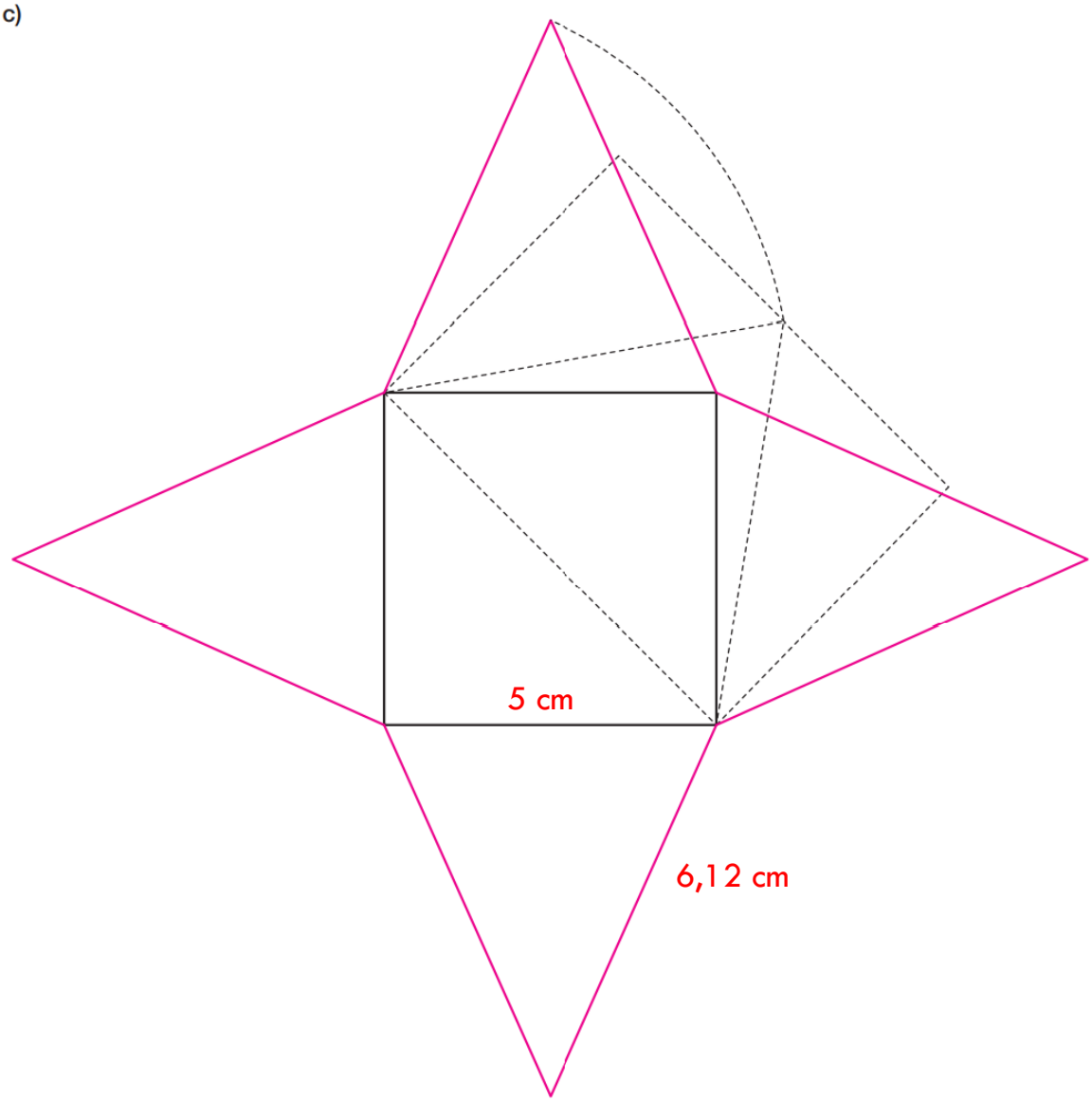


Par théorème de Pythagore

Diagonale 1 = $\sqrt{5^2+2,5^2} = 5,59$

Diagonale 2 = $\sqrt{5,59^2+5^2} = 7,5$ cm

c)



Par théorème de Pythagore

Diagonale 1 $= \sqrt{5^2+5^2} = 7{,}07$ cm

Demi diagonale 1: $\frac{7{,}07}{2}$

Diagonale 2 $= \sqrt{5^2+12{,}5} = 6{,}12$ cm